

Matemáticas

Orientaciones didácticas

6°
Primaria

$$\begin{array}{r} 17 \\ 43 \overline{) 758} \\ \underline{328} \\ 27 \end{array}$$



GOBIERNO DE
MÉXICO



MEJOREDU
COMISIÓN NACIONAL PARA LA MEJORA
CONTINUA DE LA EDUCACIÓN

Contenido

Sentido numérico y pensamiento algebraico.....	3
Las fracciones	4
La fracción como expresión que vincula la parte con el todo (continuo o discreto).....	6
Construcción de la unidad en contextos continuos.....	13
Contextos discretos.....	14
Construcción de la unidad en contextos discretos	15
Fracciones equivalentes	18
La recta numérica.....	21
La fracción como, cociente, operador, medida y razón.....	23
Más actividades.....	25
Suma y resta de fracciones.....	26
Más actividades.....	29
Forma, espacio y medida	30
Medida	31
Conversión de unidades en el Sistema Internacional de Medidas	31
Más actividades.....	34
Áreas.....	35
Más actividades.....	38
Ubicación especial.....	38
Más actividades.....	42
Manejo de la información	43
La media aritmética.....	45
Más actividades.....	48
Referencias bibliográficas	50

Matemáticas

Orientación Didáctica 6° de Primaria



Relevancia

Esta orientación didáctica tiene como finalidad proporcionar a los docentes algunas estrategias y recursos didácticos que pueden emplear para el desarrollo de conocimientos, habilidades, actitudes y valores del pensamiento matemático (competencias aritméticas, geométricas y de manejo de información que constituyen las unidades de análisis de la evaluación diagnóstica).

Las estrategias propuestas están diseñadas con base en las tres unidades de análisis que conforman la evaluación diagnóstica: Sentido numérico y pensamiento algebraico, Forma, espacio y medida y Manejo de la información. Es importante recordar que la finalidad de este instrumento es contribuir a la mejora del desempeño de las y los estudiantes a partir de la identificación de áreas de oportunidad que permiten comprender su progreso e impulsar la reflexión pedagógica de los docentes.

En esta orientación se hará énfasis en aspectos fundamentales del número y sus operaciones, la forma y medida, y el análisis de datos. Se busca que las y los estudiantes utilicen el pensamiento matemático para resolver problemas, formular explicaciones para su solución, e identifiquen y decidan los métodos y algoritmos para resolverlos.

A continuación, se presenta una serie de estrategias relacionadas con cada una de las unidades de análisis resultantes de la evaluación diagnóstica que, en conjunto, constituyen la orientación didáctica.

Sentido numérico y pensamiento algebraico

En esta unidad de análisis se evaluaron aspectos de la aritmética y el sentido numérico como son el concepto de número, sucesiones y sus operaciones (problemas de suma, resta, multiplicación, división, estimación y cálculo mental).



Propósito

Presentar estrategias de enseñanza que contribuyan a fortalecer la noción de número y sus operaciones.



Reactivos asociados de la prueba diagnóstica de 6° de primaria

Número y sistemas de numeración: 1, 2, 3, 4, 5, 6 y 7. Problemas aditivos: 8, 9, 10, 11, 12 y 13. Problemas multiplicativos: 14, 15, 16, 17, 18 y 19 y 20.



Aprendizajes esperados de 6° de primaria

- Resuelve problemas que implican identificar la regularidad de sucesiones con progresión aritmética, geométrica o especial.
- Resuelve problemas que impliquen leer, escribir y comparar números naturales, fraccionarios y decimales, explicitando los criterios de comparación.
- Resuelve problemas aditivos con números naturales, decimales y fraccionarios que implican dos o más transformaciones.
- Resuelve problemas que implican calcular una fracción de una cantidad entera.
- Ubicación de fracciones y decimales en la recta numérica en situaciones diversas. Por ejemplo, se quieren representar medios y la unidad está dividida en sextos, la unidad no está establecida, etc.



Sugerencias de estrategias de enseñanza

- Representar, interpretar o comparar números fraccionarios.** Propicie que las y los estudiantes escriban y representen números fraccionarios con cantidades continuas y discretas, empleando contexto continuos (medición), discretos (conteo) y la recta numérica. También, considere fracciones que tengan denominador de la forma 2^n y tercios, quintos, sextos, séptimos, novenos y décimos.
- Problemas aditivos con números fraccionarios.** Propicie que las y los alumnos resuelvan problemas de suma y resta de números fraccionarios con el mismo y diferente denominador. Emplee contextos de dinero y medición.
- Problemas multiplicativos con números fraccionarios.** Sugiera a las y los niños que resuelvan problemas de multiplicación y división de números fraccionarios con un natural. Emplee contextos de dinero y medición. Considere contextos continuos y discretos.

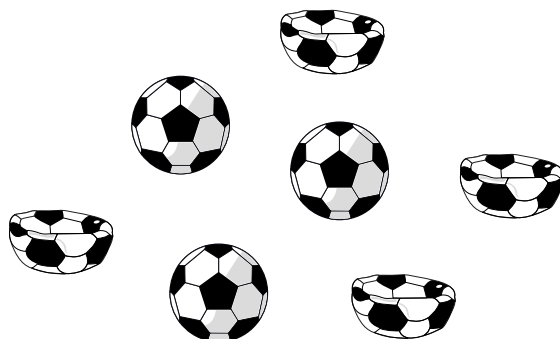
Las fracciones

Uno de los contenidos que más dificultades presenta es el manejo de fracciones, por lo que es importante que las y los niños comprendan muy bien este concepto ya que estará presente durante toda la vida escolar. Las fracciones están en nuestra vida diaria cuando decimos “una cuarta parte de la torta, pásame la mitad del pan, me da medio kilo de carne, me da un cuarto de jamón”, y en todos estos casos se hacen referencia a particiones.

En el ejemplo, “dame un cuarto de café” se está dividiendo un kilogramo de café en cuatro partes iguales y se considera una de ellas a la que se le denomina un cuarto ($\frac{1}{4}$). En este caso la unidad es el kilogramo de café que corresponde a un contexto continuo y se ha dividido en cuatro partes; cada parte representa un cuarto de kilogramo y también se puede representar como 0.250 kg o 250 gramos.

En la evaluación diagnóstica se indagó si las y los niños logran identificar la expresión numérica de una fracción dada una representación gráfica en un modelo discreto.

En esta imagen hay balones inflados y desinflados.



¿Qué fracción representa la cantidad de balones desinflados?

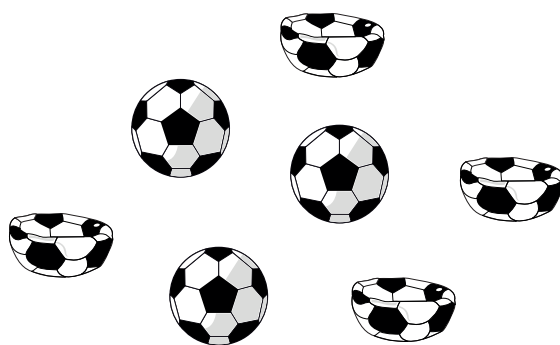
A) $\frac{3}{7}$

B) $\frac{4}{7}$

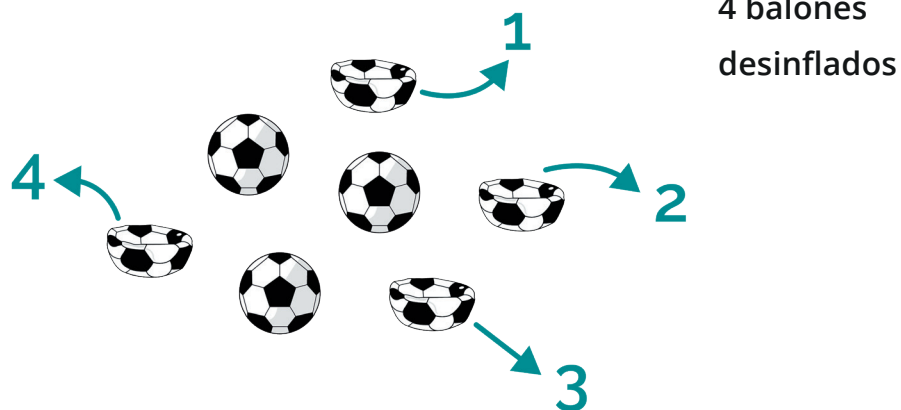
C) $\frac{4}{3}$

D) $\frac{7}{4}$

Las y los estudiantes reconocen que el todo corresponde a los “balones inflados y desinflados”, el todo corresponde a 7 balones que se muestran en la imagen. En este caso es un todo discreto.



La fracción (propia) que se busca representar de forma numérica indica la relación que existe entre el todo, que recibe el nombre de unidad (total de balones), y el número de partes que se consideran de dicha unidad (balones desinflados). Las y los alumnos deben contar la cantidad de balones desinflados que se muestran en la imagen, que corresponden al número de partes que se consideran de la unidad, en este caso 4 balones desinflados del total de balones (7). Por lo que la expresión numérica de la fracción corresponde a $\frac{4}{7}$, que se lee como: cuatro séptimos (opción B).



Todo = 7 balones = 4 balones desinflados y 3 balones inflados

Cuando las y los niños consideran el número de partes que se toman de la unidad como el complemento de los balones desinflados que es 3, y al todo como 7, representan a la fracción como: $\frac{3}{7}$ (opción A).

Las y los alumnos establecen la relación que existe entre el todo considerándolo como las partes de la fracción que se considera de la unidad (4) y el número de partes que se consideran del todo como su complemento (3), por lo que la expresión numérica de la fracción corresponde a $\frac{4}{3}$ (opción C). En este caso las y los alumnos no toman en cuenta el conjunto completo como el entero y caracterizan cada parte asociándola al numerador y al denominador.

Las y los estudiantes establecen la relación que existe entre el todo (7) y el número de partes que se toman de la unidad (4), e invierten los términos de la fracción al realizar la representación numérica $\frac{7}{4}$ (opción D).

Las principales nociones que requieren las y los niños para construir la noción de fracción es visualizar la fracción en su representación numérica y reconocer el todo (unidad) y establecer la relación entre el todo y el número de partes que se consideran de esa unidad; y aceptar la invarianza del todo después de haberse efectuado la partición en él. Llinares y Sánchez (1998), citados en Niño y Raad (2018), refieren que para aprender los significados de las fracciones se requiere de una representación concreta, oral, gráfica y simbólica de ellas.

Para fortalecer los aspectos donde se muestran dificultades con relación al significado de la fracción como relación parte-todo y que son base para la comprensión del resto de los significados de este contenido, se proponen las siguientes actividades.

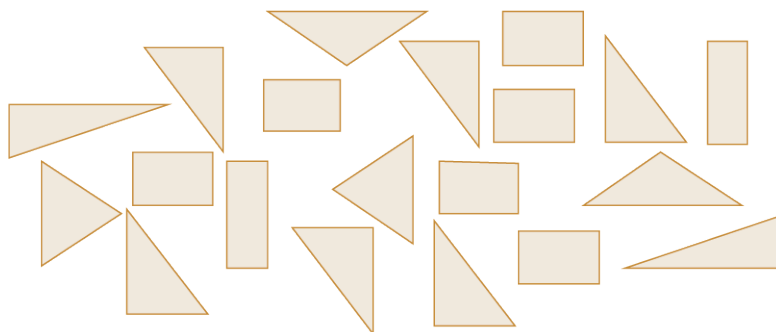
La fracción como expresión que vincula la parte con el todo (continuo o discreto)

Existen diversos tipos de fracciones, que se presentan de acuerdo con la función que cumplen en una situación. Existe una interpretación de la fracción que es la más común en la vida cotidiana y que está presente en la mayoría de las situaciones de la vida en las que se usan las fracciones.

En este documento se aborda el significado de la fracción en su relación parte-todo en contextos continuos o discretos. Para lo cual, se sugiere que promueva actividades como las que se muestran.

El todo o unidad puede ser de naturaleza continua ("medible", como las longitudes, las superficies, los volúmenes, etc.), o de naturaleza discreta (contable, es decir una colección de elementos que se pueden contar; por ejemplo caramelos, personas, autos, bolitas, etc.).

1. Elaboren piezas de rectángulos divididos en cuatro partes iguales en área, como un rompecabezas, de tal manera que cada rectángulo se forme con figuras distintas (rectángulos, cuadrados, triángulos) como las que se muestran.

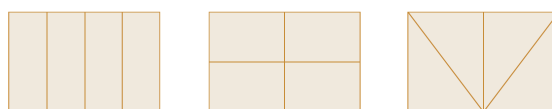


- a) Proporcione a las y los niños las partes del rompecabezas y pida que en equipos formen rectángulos con las partes entregadas, de tal manera que los rectángulos resultantes sean iguales entre sí.
- b) Socialice en el grupo los rectángulos formados por los equipos y realice las siguientes preguntas:
- ¿De qué figuras está formado cada rompecabezas?
 - ¿Por qué son iguales los rompecabezas construidos?
 - ¿Cómo se puede saber si son iguales entre sí las partes que conforman los rompecabezas?
 - ¿Cuántas figuras forman la unidad?

Algunos ejemplos de los posibles armados del rompecabezas que pueden hacer las y los estudiantes se muestran a continuación.



Haga énfasis que al identificar las partes y unirlas forman cada rompecabeza rectangular que representa el todo, estas partes son congruentes entre sí y como puede observarse no necesariamente tienen la misma forma. Sin embargo, muestre algunos ejemplos en donde los rompecabezas rectangulares estén formados de figuras congruentes entre sí.

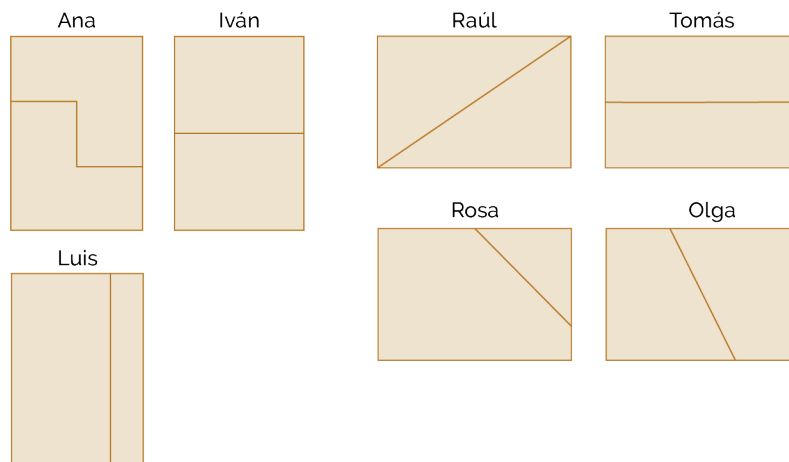
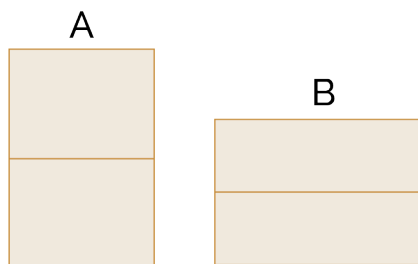


Las y los niños deben identificar el todo y reconocer el conjunto de las partes de forma igual o diferente que lo conforman. La cantidad de partes en que se divide la unidad forman el todo. Al subdividirse se puede tomar una o las partes que se requieran.

2. Proporcione a las y los alumnos una hoja blanca tamaño carta y pida que la corten a la mitad.

a) Solicite a las y los estudiantes que observen y comparen lo que hicieron cada uno de sus compañeros. Proponga las siguientes preguntas para reflexión entre todo el grupo.

- ¿Quiénes cortaron la hoja a la mitad?
- ¿Cómo se puede representar con números la mitad?
- ¿Quiénes no cortaron la hoja a la mitad?
- ¿Qué representa la hoja de papel?
- De las y los alumnos que no lograron cortar o marcar la hoja a la mitad pregunte al resto del grupo, ¿creen que sus compañeros cortaron la hoja a la mitad? Permita que las y los niños argumenten sus respuestas. Pueden mostrar al frente del salón las hojas elaboradas a las y los compañeros.
- Si alguno cortó la hoja a la mitad como se muestra en la imagen. Pida que comparen la mitad de la hoja A con la mitad de la hoja B y pregunte a las y los niños: ¿cómo son las mitades?



La mayoría de las y los alumnos contestarán que las partes no son iguales, fundamentando que las superficies de las particiones son diferentes, sin considerar en las figuras la equivalencia de las superficies.

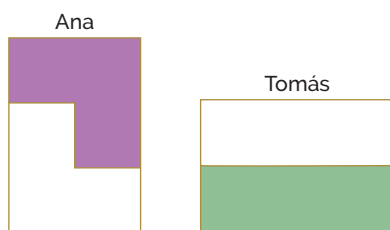
Algunos ejemplos de las particiones que logran crear las y los niños pueden ser como las que se muestran.

Las y los niños deben identificar que la hoja es la unidad y se deben juntar todas las partes para formarla de nuevo (dos partes de dos, tres de tres, entre otros), y si se toma solo una parte de la unidad dividida, estaremos considerando una parte de dos, dos de tres, tres de cuatro, etc.

Se busca que las y los estudiantes reconozcan el significado de la fracción en su relación

parte-todo y puedan presentar particiones convencionales (Iván, Raúl y Tomás) y no convencionales (Ana y Olga).

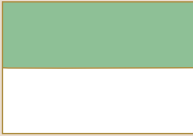

b) Observen lo que hicieron Ana y Tomás y contesta las preguntas.



- ¿En cuántas partes dividieron la hoja?
- ¿Qué parte pintaron cada uno?
- En este caso, ¿cómo se representa la unidad?
- ¿En cuántas partes se dividió la unidad?
- ¿Qué fracción representa la parte pintada?

En esta actividad, la mayoría de las y los alumnos dirán que las superficies coloreadas no son de igual forma porque no reconocen la equivalencia de éstas.

El lenguaje que se ha empleado es un lenguaje cotidiano: “la mitad”. Las y los alumnos están familiarizados con el uso de este lenguaje, ya se tiene un enunciado y se sugiere hacer énfasis en las diferentes representaciones de la fracción (concreta, gráfica y numérica).

Expresión escrita (cotidiano)	Numérica	Gráfica	Concreta
“La mitad”	$\frac{1}{2}$		

La fracción (propia) que se busca representar de forma numérica indica la relación que existe entre el todo, que recibe el nombre de unidad (hoja de papel), y el número de partes que se consideran de dicha unidad (una parte de la hoja). Como pueden observar, cada hoja se divide en dos partes y sólo una parte de ellas se pinta, con ello, se muestra su representación gráfica. Otra forma de representar la fracción es la numérica, estableciendo la relación entre el todo y el número de partes que se asigna de la unidad, dando lugar a $\frac{1}{2}$.

Indique a las y los niños que también pueden hacerse particiones iguales o congruentes de otras figuras como círculos, triángulos, rombos, pentágonos, entre otros.

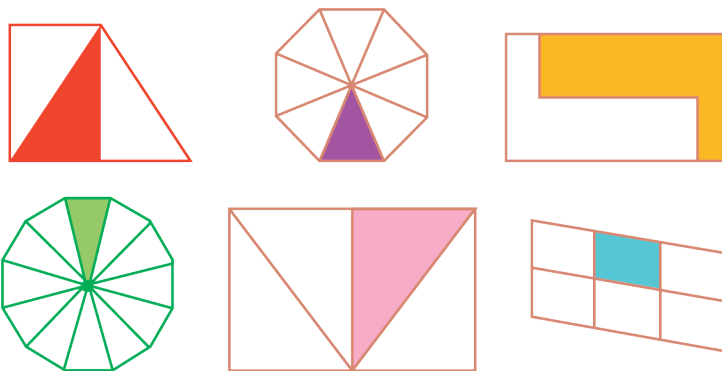
Las **fracciones propias** se caracterizan porque el numerador es menor que el denominador. Además son mayores que 0 pero menores que 1. Por ejemplo:

$$\frac{2}{5}, \frac{5}{7}, \frac{3}{20}$$

Las **fracciones impropias** se caracterizan porque el numerador es mayor al denominador. Además son mayores que 1. Por ejemplo:

$$\frac{7}{6}, \frac{15}{7}, \frac{9}{2}$$

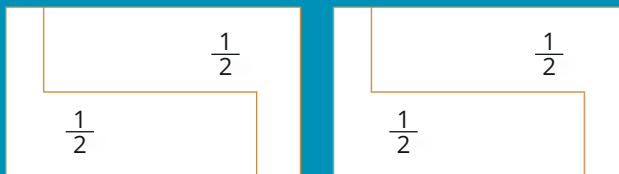
3. Pida a las niñas y niños que indiquen la fracción que se representa en cada caso.



- ¿Qué representa la parte de color?
- ¿Qué tienen en común todas las fracciones?
- ¿Cuál es el numerador?
- ¿En qué son diferentes?

La **fracción unitaria** $\frac{1}{n}$ se caracteriza porque su numerador siempre es "1". Sirve de base para:

Introducir de forma natural de la fracciones mayores que uno. Fracciones impropias.

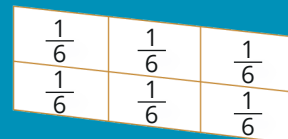
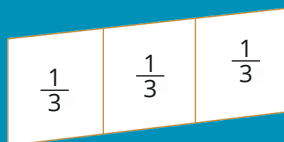
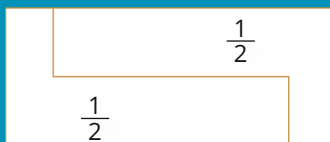


- La unidad se forma por todas las partes.

$$\frac{1}{2} + \frac{1}{2} = \frac{2}{2} = 1$$

$$\frac{1}{3} + \frac{1}{3} + \frac{1}{3} = \frac{3}{3} = 1$$

$$\frac{1}{6} + \frac{1}{6} + \frac{1}{6} + \frac{1}{6} + \frac{1}{6} + \frac{1}{6} = \frac{6}{6} = 1$$



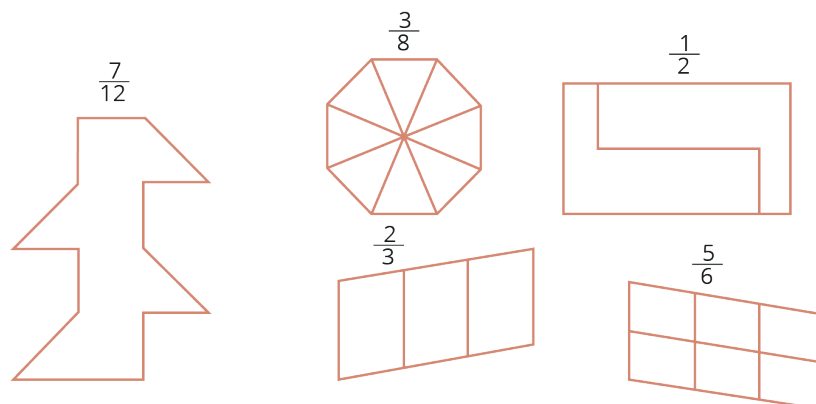
- Uso de la notación mixta como una alternativa a la notación fraccionaria de las fracciones impropias.

$$\frac{3}{2} = 1 \frac{1}{2}$$

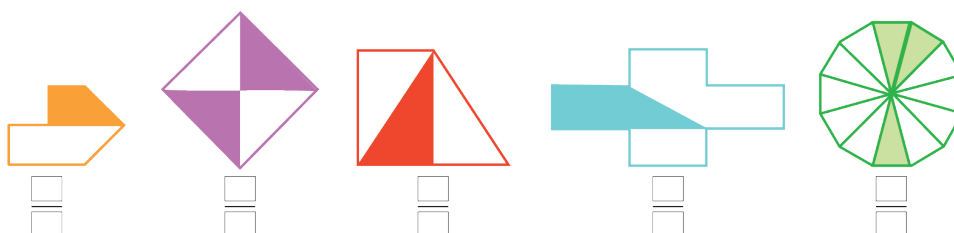


4. Pida a las y los niños que realicen las siguientes actividades para que analicen las diferentes representaciones de la fracción.

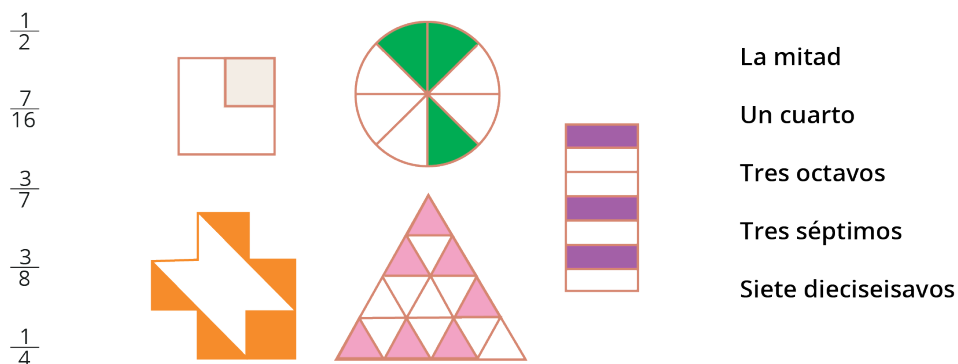
a) En cada figura iluminen la fracción que se indica.



b) En cada figura representen la fracción que le corresponde.



c) Relacionen con líneas la representación gráfica de la fracción con su expresión escrita y numérica.



En estas actividades las y los alumnos identifican y representan fracciones que corresponden a magnitudes continuas, en este caso son superficies de figuras. Pida también que identifiquen la unidad (todo) conocida como denominador, así como las partes que se toman de la unidad (numerador). En algunos casos la división es homogénea, de manera que las subdivisiones son congruentes, pero en otros casos las y los niños deberán determinar la partición en la figura para determinar la fracción que se representa. Revise que al representar la fracción de forma numérica las y los estudiantes no inviertan los términos de la relación que se establece entre el todo y las partes.

Promueva la reflexión sobre las siguientes preguntas:



- ¿Cómo se determina la unidad?
- ¿Qué dificultades se tienen para determinar la unidad?
- ¿Reconocen cuántas partes hay en la unidad?
- ¿Pueden identificar si las partes son del mismo tamaño o congruentes entre sí en términos de la superficie?
- ¿Pueden identificar cuánto es cada parte de la unidad?
- ¿Cuáles son las dificultades al representar lo sombreado o coloreado en forma oral, gráfica o numérica?

La **fracción** es la relación simbólica entre dos números naturales $\frac{a}{b}$, donde a es el numerador y representa el número de partes que se consideran de la unidad y b el denominador que representa las partes totales en el que se ha dividido el todo o unidad. La relación parte-todo hace referencia a un todo continuo (elemento) o uno discreto (conjunto de elementos) subdividido en partes iguales. Esto no significa necesariamente que sean de la misma forma, sino equivalentes en alguna magnitud como cantidad de superficie o cantidad de elementos.

La noción de fracción en su relación parte-todo requiere del reconocimiento de los siguientes atributos de la fracción planteados por Piaget y ampliados por Payne (citados en Llinares y Sánchez, 1988, p. 80-81) en López, 2012, p. 13-14:

1. Un todo está compuesto por elementos separables. Una región o superficie es vista como divisible.
2. La separación se puede realizar en un número determinado de partes. El "todo" se puede dividir en el número de partes pedido.
3. Las subdivisiones cubren el todo.
4. El número de partes no coincide con el número de cortes.
5. Los trozos (partes) son iguales. Las partes tienen que ser del mismo tamaño (congruentes).
6. Las partes también se pueden considerar como totalidad.
7. El "todo" se conserva.
8. Control simbólico de las fracciones, es decir, el manejo de los símbolos relacionados a las fracciones.
9. Las relaciones parte todo en contextos continuos y discretos.
10. Las fracciones mayores que la unidad.
11. Subdivisiones equivalentes.

Se desarrollan en dos contextos:

Continuo. Ligado a la medición, "trozos simples congruentes" equivalentes en alguna magnitud. Por ejemplo la recta numérica.

Recta numérica. 

Discreto. Relacionado con el conteo. Además las partes son subconjuntos que están formados cada uno de ellos por uno o más objetos.

Con las actividades desarrolladas se busca que las y los alumnos logren transformar las fracciones en sus diferentes formas de expresión escrita, concreta, numérica y gráfica; y así establezcan la relación de una forma de representación con otra. Identifiquen la unidad y las partes de la unidad, como elementos fundamentales para el tratamiento de la fracción en su significado de relación parte-todo. Los contextos empleados han sido continuos porque se refieren a aspectos medibles en este caso la parte sombreada de las figuras (áreas).

Construcción de la unidad en contextos continuos

Ya se ha analizado las diferentes representaciones de la unidad y sus partes, en este apartado se buscará reconstruir el todo a partir de una fracción unitaria de la forma $\frac{1}{n}$ y de la forma $\frac{m}{n}$, con n y m números naturales y n distinto de cero en contextos continuos. Por lo que se sugiere promueva actividades como las propuestas.

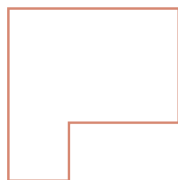
Anime a que las y los alumnos realicen las siguientes actividades con las cuales reconstruirán el todo (unidad) a partir de una o varias partes de la fracción (considerando la fracción unitaria y no unitaria). Apóyese de material concreto para realizar las actividades con las y los niños.

- a) La siguiente figura representa $\frac{1}{6}$ del todo, dibujen el todo.



- ¿Cuántas partes conforman el todo?
- ¿Cuántas partes están representadas?
- ¿Cuántas partes faltan representar para tener el todo?

- b) La siguiente figura representa $\frac{7}{9}$ del todo, dibujen el todo completo.



- ¿Cuántas partes conforman la unidad?
- ¿Cuántas partes están representadas?
- ¿Cuántas partes hace falta representar?

En un contexto continuo considere que:

- Las partes en las que se "separa" el todo (unidad) deben ser equivalentes entre sí.
- La partición no debe dejar restos.
- La "reunión" de las partes reconstituye el todo (unidad).
- A mayor cantidad de partes, menos extensión en cada una de ellas.
- La cantidad de las partes no tiene por qué ser igual al número de cortes.

Proponga ejercicios sobre reconstrucción de la unidad, socialice los resultados y retroalimente a las y los niños sobre el tema. Considere la reconstrucción de la unidad a partir de representaciones gráficas tomando dos aspectos: Fracciones unitarias y no unitarias como los ejemplos mostrados. Puede emplear regletas o material concreto para que las y los estudiantes identifiquen la fracción unitaria y puedan complementar la unidad (todo).

Llinares y Sánchez (1988) citado en López (2012, p. 26) consideran que las reconstrucciones de la unidad permiten a las y los estudiantes utilizar el conocimiento que han adquirido con relación a la noción de fracción y logran un conocimiento mayor de la relación parte-todo.

Contextos discretos

En los contextos discretos, la unidad es un conjunto discreto de objetos (no se puede particionar el objeto), y la parte, es un subconjunto de esa colección. La fracción que se represente indica la relación entre una parte del todo contable de ese todo.

A continuación, se proponen algunas actividades para afianzar este conocimiento.

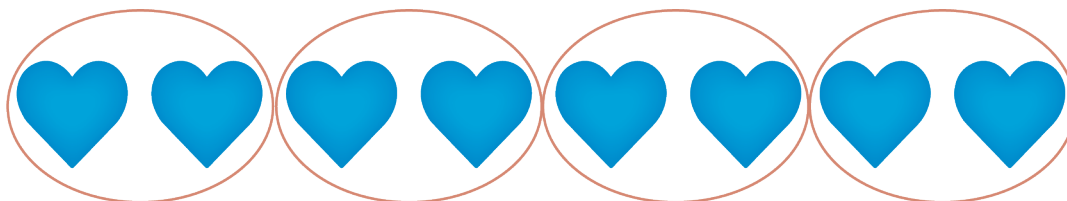
1. Pida a las y los niños que realicen las siguientes actividades para que analicen las diferentes representaciones de la fracción considerando cantidades discretas.

a) Se tiene el conjunto de corazones y se considera como unidad.



- ¿Qué fracción representa cada corazón?
- Si se hacen subgrupos de dos o cuatro corazones, ¿qué fracción representan dos corazones? y ¿cuatro corazones?

b) Consideren las partes de la unidad formadas por varios corazones y respondan las preguntas.

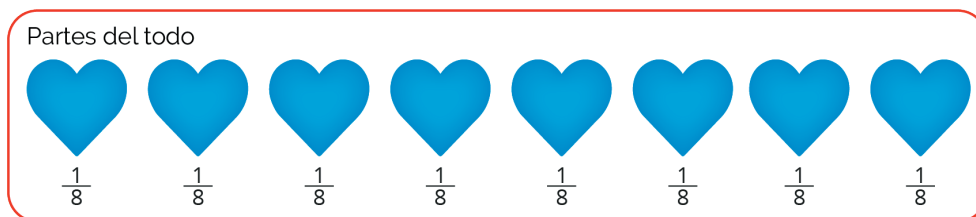



- ¿Cuántos corazones hay en total?
- ¿Cuántos subconjuntos hay?
- ¿Cuántos corazones hay en cada subconjunto?
- ¿Cuántas partes conforman la unidad?
- ¿Qué fracción representa cada subconjunto?

Cuando diseñe o aborde actividades con contextos discretos (conteo de objetos) busque que las y los niños reconozcan la unidad y las partes que la conforman. Se debe evitar que las y los estudiantes confundan la cantidad de objetos de cada subgrupo con el número de partes que tiene la unidad. Puede iniciar con el conteo de fracciones unitarias, involucrando representaciones gráficas y simbólicas.

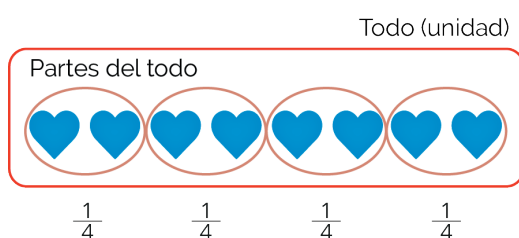
En la actividad del inciso a) en total hay 8 corazones, y un corazón representa un octavo, si no se tienen los subconjuntos. El todo se constituye por los 8 corazones.

Todo (unidad)



En la actividad del inciso b) cada subconjunto de corazones  representa un cuarto del total, se tienen 4 subconjuntos por lo que en conjunto forman el todo.

Observe como los subconjuntos tienen la misma cantidad de elementos, 2 corazones cada uno. Si se unen todos los subconjuntos se forma el todo.

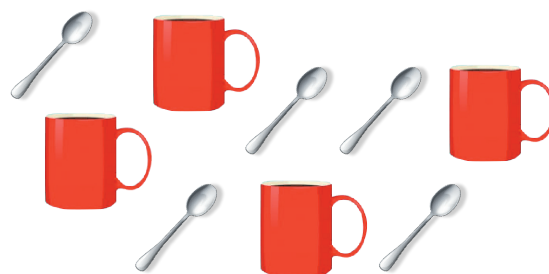


Cuando emplee contextos discretos considere que:

- Las partes en la que se separa el todo deben ser equivalentes entre sí, es decir, subconjuntos con la misma cantidad de elementos.
- La partición no debe dejar resto.
- La "reunión" de las partes reconstituye el todo.
- A mayor cantidad de partes, menor cantidad de elementos.

2. Observen los objetos de la imagen y respondan lo que se pregunta.

- ¿Cuántos objetos hay?
- ¿Cuántas partes hay en la unidad?
- ¿Cuánto es cada parte de la unidad?
- ¿Qué fracción representa cada objeto del todo?
- ¿Qué fracción representa la cantidad de tazas?
- ¿Qué fracción representa la cantidad de cucharas?



Al preguntar: *¿Qué fracción representa la cantidad de tazas?* Las y los estudiantes pueden responder equivocadamente $\frac{4}{5}$ ya que no toman en cuenta el conjunto completo como la unidad y caracterizan cada parte asociando al numerador y denominador. Es fundamental que puedan reconocer el todo y cada una de sus partes. En este caso las partes formadas de subconjuntos de objetos que forman la unidad, es decir, el subconjunto de las tazas y las cucharas. El todo es el conjunto formado por el subconjunto de tazas y cucharas.

Construcción de la unidad en contextos discretos

Así como se analizó la construcción de la unidad en contextos continuos, se buscará reconstruir la unidad a partir de una fracción unitaria de la forma $\frac{1}{n}$ y de la forma $\frac{m}{n}$, con n y m números naturales y n distinto de cero en contextos discretos. Por lo que se sugiere promueva actividades como las propuestas.

En el contexto discreto es fundamental realizar actividades en donde se reconstruya la unidad a partir de cualquier fracción.

1. En la figura se representa un cuarto de la unidad. ¿Cuál es la unidad?



- ¿Cuántas partes de la unidad representa la figura?
- ¿Cuántas partes conforman la unidad?
- ¿Cuántas partes faltan para complementar la unidad?
- ¿Cuántas estrellas hacen falta dibujar para completar la unidad?
- Dibuja los subconjuntos de tres estrellas que completan la unidad.

En el contexto discreto es fundamental realizar actividades en donde se reconstruya la unidad a partir de cualquier fracción. Use materiales concretos o regletas para que los niños representen conjuntos y subconjuntos de objetos, para que puedan identificar las partes, el todo, las fracciones unitarias, así como realicen la reconstrucción de las fracciones.

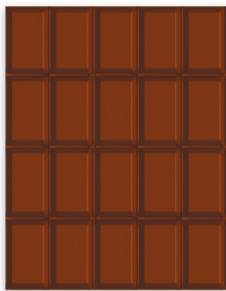
Con las actividades propuestas se busca reconocer los procesos de reconstrucción del todo, que implican obtener el todo continuo o discreto a partir de la parte. En este caso se usan representaciones gráficas que representan la relación entre la parte y el todo, se debe identificar la unidad fraccionaria que se muestra, la cual se puede iterar o calcular para reconstruir la unidad.

Contexto	Parte	Complemento (iteración de la parte)	Todo
Continuo	 $\frac{1}{6}$	 $\frac{1}{6} + \frac{1}{6} + \frac{1}{6} + \frac{1}{6} + \frac{1}{6} + \frac{1}{6}$	 $\frac{1}{6} + \frac{1}{6} + \frac{1}{6} + \frac{1}{6} + \frac{1}{6} + \frac{1}{6} = 1$
Discreto	 $\frac{1}{4}$	 $\frac{1}{4} + \frac{1}{4} + \frac{1}{4}$	 $\frac{1}{4} + \frac{1}{4} + \frac{1}{4} + \frac{1}{4} = 1$

También, se pueden mostrar situaciones donde una fracción se muestre de manera explícita o implícita, en el enunciado de un problema o en la representación gráfica que simboliza la relación entre la parte y el todo, se pueda identificar la unidad fraccionaria, la cual se puede iterar o calcular para reconstruir el todo. Por ejemplo, en la actividad de reconstrucción del todo continuo dada la fracción no unitaria (p. 13), no es explícito en la representación gráfica la parte, y las y los alumnos la deben construir.

1. Lean y resuelvan la siguiente situación:

a) Esta barra de chocolate está formada por 20 trozos.



b) Luisa envolvió una parte del chocolate, ¿qué fracción del chocolate quedó sin envolver?



El todo y la parte están representados por imágenes, el todo es el chocolate en forma rectangular dividido en 20 partes, cada parte contiene un trozo de chocolate; esto implica la fracción unitaria $\frac{1}{20}$. Aunque se pueden identificar varias particiones del todo: $\frac{1}{2}$, $\frac{1}{4}$, $\frac{1}{5}$, $\frac{1}{10}$ y $\frac{1}{20}$, las y los niños centrarán su atención en la que tiene más elementos porque lo relacionan con los contextos continuos que comúnmente han abordado.

Considerando la unidad fraccionaria más pequeña, la respuesta es $\frac{5}{20}$, pero tomando en cuenta la unidad fraccionaria formada por 5 trozos de chocolate es $\frac{1}{4}$. El todo es continuo, un rectángulo dividido en 20 partes iguales, pero también puede ser discreto, 20 trozos de chocolate. En este ejemplo se pueden dar las dos interpretaciones, en función de cómo sea definido el todo y la parte.

Promueva la reflexión sobre las siguientes preguntas:



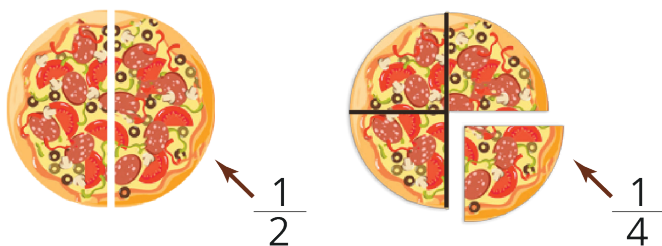
- ¿Logran reconocer el todo y las partes?
- ¿Reconocen el todo y las partes en cantidades continuas y discretas?
- ¿Cuáles son las dificultades para representar las fracciones en forma numérica, gráfica, oral o concreta?
- ¿Identifican las fracciones unitarias?
- ¿Logran completar el todo(unidad) a partir de la fracción unitaria o de algunas de sus partes?
- ¿Cómo podrían formarse subgrupos que fueran mayores que la unidad?

Hasta aquí se han abordado las representaciones: escrita, gráfica, simbólica y concreta de las fracciones en contextos continuos y discretos que son necesarias para comprender el significado de la fracción en su relación parte-todo.

Fracciones equivalentes

La expresión “fracciones equivalentes” hace referencia al hecho de que, expresiones como $\frac{1}{7}$, $\frac{2}{14}$ o $\frac{3}{21}$ representan al mismo número racional, aunque lo representen con una expresión numérica diferente. Es importante que las y los estudiantes comprendan el uso de las fracciones y operen con ellas de manera que las transformaciones en sus diferentes representaciones se realicen con significado. La equivalencia de fracciones es la base para construir el orden entre las fracciones, la simplificación de las fracciones y la suma y resta. A continuación, se presentan una serie de actividades para abordar este aspecto.

1. Suponga que se compraron dos pizzas. Una la cortan en dos trozos iguales y otra en cuatro trozos iguales. En la primera cada trozo es “la mitad de la pizza” y en la segunda cada trozo representa un cuarto de la pizza. ¿Cuántos cuartos corresponden a la mitad de la pizza?

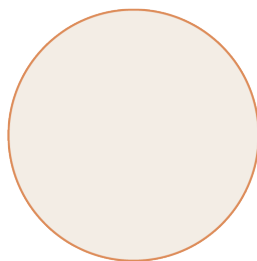


Haga notar a las y los niños que observen cómo es que la mitad de la primera pizza ($\frac{1}{2}$) y dos cuartos ($\frac{2}{4}$) de la segunda pizza son exactamente la misma cantidad de pizza. Por lo tanto, las fracciones $\frac{1}{2}$ y $\frac{2}{4}$ representan la misma cantidad. Así, estas fracciones son equivalentes. Haga énfasis en que las fracciones equivalentes se encuentran presentes en situaciones de nuestra vida cotidiana y mencione ejemplos o haga que ellos los mencionen. Además, analicen juntos las siguientes situaciones.

2. Resuelvan la siguiente situación.

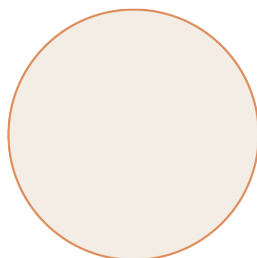
$$\frac{1}{4} = \frac{\square}{8} ?$$

- Representen gráficamente $\frac{1}{4}$.



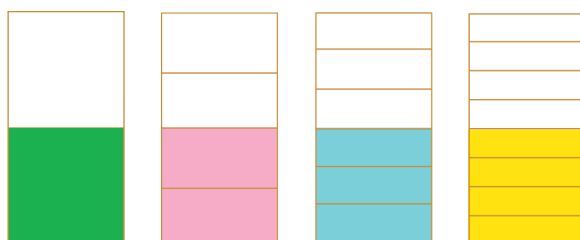
Las fracciones equivalentes tienen distinto numerador y denominador, pero representan lo mismo. Cada fracción tiene infinitas representaciones de fracciones equivalentes a ella.

- Dividan el entero en octavos.



- ¿Cómo se puede colorear el entero para mostrar una fracción que sea equivalente a $\frac{1}{4}$?

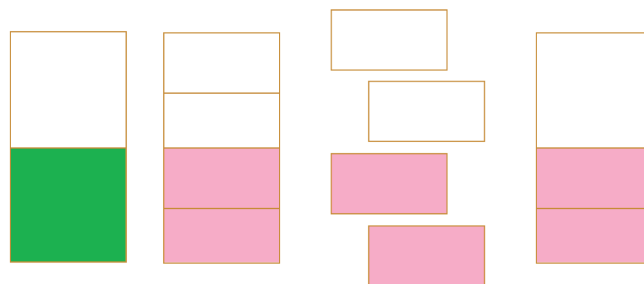
3. Observen las representaciones gráficas que se muestran a continuación, realicen la actividad y contesten las preguntas.



- Representen con una fracción cada una de las partes pintadas de cada unidad.
- Comparen las superficies pintadas en cada caso, ¿cómo son?
- ¿Son equivalentes las fracciones que indican las partes sombreadas en cada caso?
- ¿Cuántos cuartos hay en un medio?
- ¿Cuántos octavos hay en un medio?
- ¿Cuántos octavos hay en un cuarto?
- ¿Cuántos tercios hay en un medio?

También se sugiere usar el modelo de un rectángulo de papel y hacer equivalencias de fracciones al doblarlo o pueden realizar recortes y superponerlos para que reconozcan que ocupan la misma superficie.

Para desarrollar la actividad anterior, solicite a las y los alumnos 4 hojas blancas. Pida que la primera la dividan en 2 partes iguales, la segunda en 4, la tercera en 6 y la cuarta en 8 partes iguales. Recorte los cuatro cuartos de la hoja y sobrepóngalos sobre el medio en la primera hoja. Inicialmente se tiene una parte sombreada 1 de 2, es decir $\frac{1}{2}$ (verde), y el número total de las partes se multiplica por dos, el número de partes sombreadas también se multiplica por dos (2 de 4, $\frac{2}{4}$) lo de color rosa. Es



decir, se puede representar como:

$$\frac{1 \times 2}{2 \times 2} = \frac{2}{4}$$

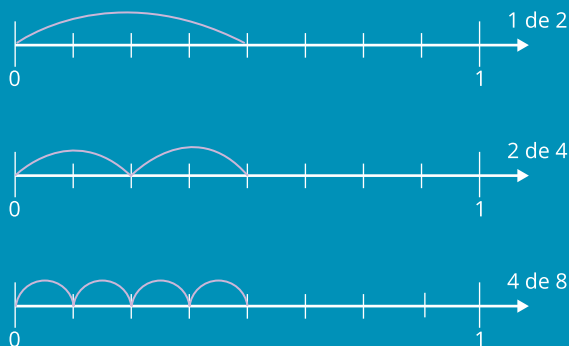
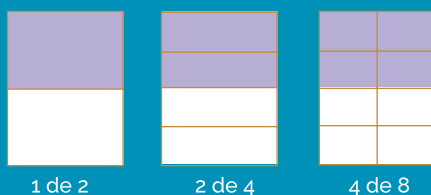
Puede hacer lo mismo con los recortes de las otras hojas y observar la equivalencia que existe, poner los sextos en el medio, los octavos en el medio o los octavos en el cuarto. De esta manera se generan las fracciones equivalentes.

Promueva la reflexión sobre las siguientes preguntas:



- ¿Cómo se reconoce gráficamente que dos fracciones son equivalentes?
- ¿Cómo se pueden obtener fracciones equivalentes?

Relaciones de equivalencia en el contexto continuo, discreto y recta numérica.



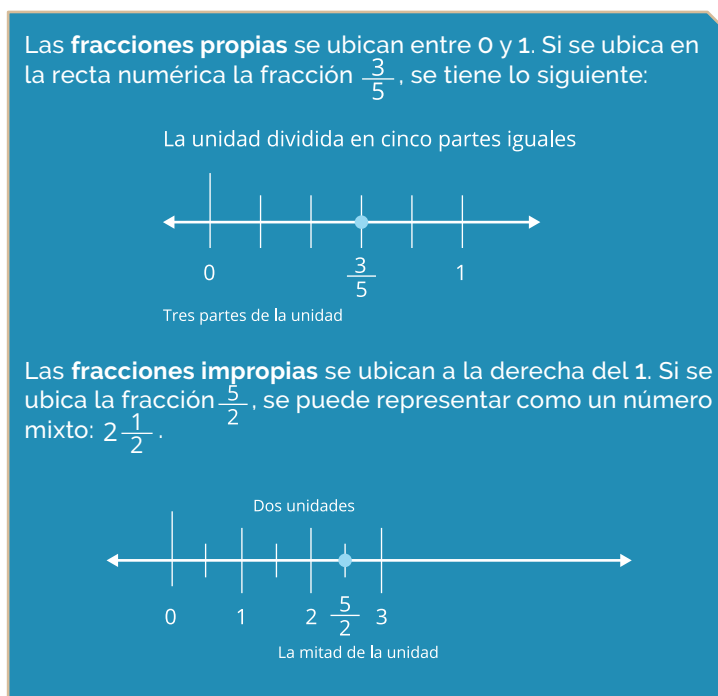
En el recuadro anterior pueden reconocer fracciones equivalente usando diferentes contextos: continuo, discreto y recta numérica. Las fracciones equivalentes pueden generarse a partir de fraccionar las partes de la fracción de tal manera que sean congruentes. Otra manera es multiplicar tanto el numerador como el denominador por el mismo valor.

Además, serán de utilidad para la comparación de fracciones, para reconocer que fracción es mayor, menor o igual. Para comparar dos o más fracciones lo más recomendable es que se construyan fracciones equivalentes a las dadas, pero que tengan el mismo denominador. De tal manera que se pueda realizar la comparación.

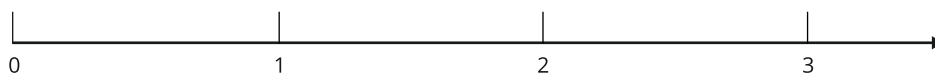
La recta numérica

Otra forma que se emplea para representar fracciones es el uso de la recta numérica. Ya que una fracción es la representación de un número y este puede ser identificado con un punto en la recta numérica. Además, facilita la comprensión de las fracciones impropias, y la comprensión de la extensión de los números naturales y la medición de magnitudes mediante instrumentos de medición.

A continuación, se mostrarán de manera general algunas actividades que puede implementar con las y los estudiantes.



1. Proporcione a las y los niños tiras de papel que representen la recta numérica o en su caso dibujarlas en el pizarrón. Solicite que dividan cada segmento de la recta en diferentes números de partes iguales (dos, tres, cuatro, cinco, ..., n partes). Puede usar rectas como la que se muestra.



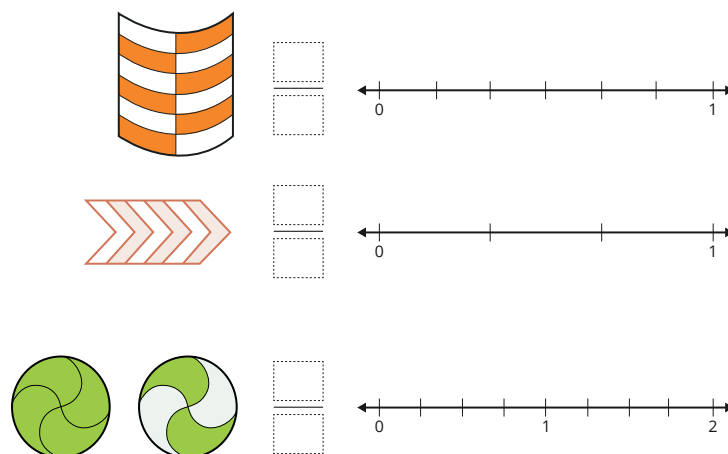
- ¿Cuántas unidades hay?
- ¿En cuántas partes se dividió la unidad?
- ¿Qué representa cada parte?
- ¿Cuántas partes conforman la unidad?
- ¿Se pueden representar fracciones mayores a la unidad? y ¿menores?

Indique a las y los niños las partes en que deben fraccionar cada unidad. Haga énfasis que cada partición debe ser del mismo tamaño. Es importante que identifiquen la unidad (todo). Con el uso de la recta numérica se pretende realizar divisiones por segmentos que serán las unidades en la recta y que a la vez estarán divididos en n partes, nuevamente utilizando el conteo de fracciones unitarias pueden nombrar los puntos sobre la recta numérica.

También, pueden promover actividades de ubicación de puntos en la recta con fracciones, haciendo n divisiones del segmento unidad, representación de fracciones impropias a fracciones mixtas. Además, puede establecer la relación que hay entre el sistema decimal de medida con la recta numérica o como una unidad de medida puede corresponder con las fracciones decimales, por ejemplo: $0.1 \text{ m} = \frac{1}{10} \text{ m}$. Considere situaciones donde este el cero definido y la unidad de medida.

Solicite a las y los alumnos que realicen la siguiente actividad.

1. Representen la fracción de forma numérica y ubícala en la recta numérica.



Cabe señalar que sería favorable abordar las fracciones considerando los cinco significados, para de esta forma aprovechar los aportes de cada uno a la conceptualización de la fracción y superar las dificultades que son inherentes a cada significado, pero en esta orientación sólo se retoma uno de los cinco significados. En el siguiente apartado se pueden observar algunos aspectos generales para los otros cuatro, sin ahondar sobre ellos. Se sugiere que investigue sobre ellos para que pueda contestar las dudas de las y los estudiantes, ya que son temas difíciles de comprender.

La fracción como, cociente, operador, medida y razón

En este documento se profundizó sobre el significado de la fracción en su relación parte-todo. Sin embargo, existen otros cuatro significados de la fracción como medida, razón, cociente y operador que es fundamental señalar sus características principales.

A continuación, se presenta una tabla con una descripción de los significados de las fracciones que se abordan a lo largo de la educación básica. Así mismo, en la tabla se mencionan los aspectos más relevantes para su estudio y se incluyen las características de cada uno de ellos, los contextos desde donde se conciben y los diferentes sistemas de representación con los cuales se expresan estos significados.

Significados de la fracción	
Cociente	<ul style="list-style-type: none"> • Se vincula con la operación de división sugerida por la fracción. • Se representa de la forma $\frac{a}{b}$ que implica el cociente de dos números: “a unidades en b partes iguales” que se relaciona con la noción de reparto en cantidades iguales. • Se pueden tener repartos equitativos, si a es múltiplo de b; y no equitativos, si a no es múltiplo de b. • Se requiere interpretar las unidades a repartir, las partes que deben hacerse, y establecer las relaciones que hay entre ambos elementos, así como el resultado del reparto.
Operador	<ul style="list-style-type: none"> • Su papel es de transformador multiplicativo de un conjunto hacia otro conjunto equivalente. • Se puede presentar con números o con cantidades de magnitud. • Se considera como una única entidad y no como dos números naturales. • En la fracción $\frac{a}{b}$ cada uno de los valores tiene distintas implicaciones en el resultado final, por un lado, es multiplicar por a y dividir por b. Además, a puede ser mayor, menor o igual que b. • En la fracción $\frac{a}{b}$ no existe el fraccionamiento de la unidad. • En contextos continuos la fracción $\frac{a}{b}$ se puede pensar como reductor o ampliador proporcional del objeto sobre el que se aplica. Por ejemplo, el aumento o la reducción de una figura geométrica en otra figura $\frac{a}{b}$ veces más grande o $\frac{a}{b}$ veces más pequeña. • En contextos discretos la fracción $\frac{a}{b}$ actúa sobre un conjunto de objetos para transformarlo en otro conjunto de objetos iguales, pero con $\frac{a}{b}$ veces elementos.

Medida	<ul style="list-style-type: none"> • Es la asignación de un número a una región o a una magnitud (de una, dos o tres dimensiones), producto de la partición equitativa de una unidad. • Se mide usando múltiplos y submúltiplos de la unidad de medida. Se expresa solo en la unidad de medida básica cantidades que se encuentran en diversas unidades, esta situación se simboliza con una suma de números enteros y fracciones decimales. Por ejemplo: expresar 5 km, 3 Hm, 7 Dm, 8 m, 7 dm, 5 cm y 9 mm en metros, se tendría: $5\ 000\ m + 300\ m + 70\ m + 8\ m + \frac{7}{10}\ m + \frac{5}{100}\ m + \frac{9}{1000}\ m$, esto es 5 378.759 m en expresión decimal. • Se mide haciendo comparaciones con la unidad. A partir de la magnitud se busca medir la longitud de un segmento AB tomando como unidad de medida la longitud de otro segmento CD. Así la fracción $\frac{a}{b}$ indica que el segmento AB tiene de longitud a veces la unidad de medida que resulta de dividir el segmento CD en b partes iguales. La expresión $\frac{a}{b}$ indica que la partición se debe hacer tanto en el segmento a medir como en la unidad de medida.
Razón	<ul style="list-style-type: none"> • Es la comparación numérica entre dos magnitudes (a:b). • El numerador y el denominador son intercambiables. "3 es a 4", es decir $\frac{3}{4}$. "4 es a 3", es decir $\frac{4}{3}$. • Se establece un índice de comparación entre esas partes. • No existe una unidad, un todo que permita ver la fracción. • Se asocia esta interpretación a la relación parte - parte y a la relación conjunto a conjunto.

Como se puede observar se mencionan de manera general los aspectos fundamentales de cada significado de la fracción. A continuación, se mencionan algunos aspectos a considerar en su enseñanza cuando se abordan los diferentes significados.

Cabe señalar que, en el caso de la fracción como **cociente** se puede tener repartos en una o varias fases:

Una fase. Este reparto implica fraccionar cada una de las a unidades en b partes iguales y cada sujeto recibe una parte de cada una de las a unidades, es decir, a cada uno de los sujetos que participan en la partición les corresponden a partes de tamaño $\frac{a}{b}$ de la unidad. Si el reparto se hace en un solo momento la fracción aparece asociada a la noción de cociente del numerador entre el denominador, cuando dicho cociente no es entero.

Varias fases. El reparto consiste en asignar a cada sujeto una parte de unidad de un tamaño determinado y lo que queda se va repartiendo hasta agotar los objetos por repartir. Esto implica una suma de fracciones de unidades distintas.

Otro aspecto para señalar es que es complejo el tratamiento de la fracción como **operador**, por lo que muchos docentes solo lo consideran como el cálculo de la fracción de un número, es decir, como un tema que sirve para la resolución de problemas. En este caso se pueden diseñar actividades donde las y los niños empleen números sin medida (representaciones simbólicas), pero si utiliza magnitudes se sugiere usar representaciones gráficas, con ellas las y los alumnos podrán observar los aumentos o disminución de las magnitudes de las figuras o cardinalidad de los objetos de acuerdo con el contexto que se emplee.

Para el caso de la fracción como **medida**, se deben considerar cantidades de magnitudes como la longitud, área o volumen. Por ejemplo, la longitud se expresa en función de la unidad básica: el metro, sus múltiplos: decámetro, hectómetro y kilómetro, y sus submúltiplos:

decímetro, centímetro y milímetro. A partir de la representación gráfica deben hacerse interpretaciones de aquellos aspectos que representan el segmento a medir, la unidad de medida, las partes que deben hacerse tanto en la unidad de medida como en el segmento a medir y las relaciones que hay entre ambos.

Promueva entre las y los alumnos las traslaciones correspondientes de la representación gráfica a las representaciones en palabras del lenguaje cotidiano y a la simbólica o concreta.

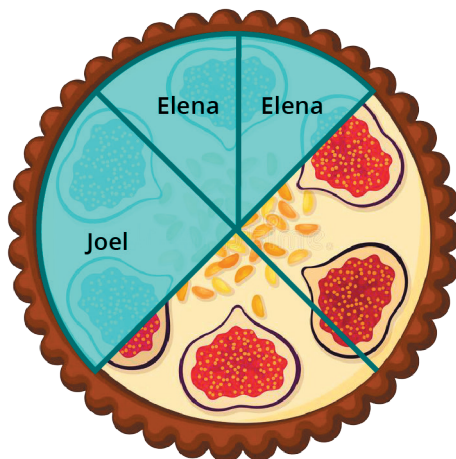
Con relación a la interpretación de la fracción como **razón**, se puede decir, que toda razón entre dos cantidades determina una proporcionalidad entre las cantidades de la misma magnitud. Además, las representaciones gráficas no son esenciales. Las y los niños deben saber interpretar aquellos aspectos que representan los conjuntos a relacionar, así como las cantidades de cada conjunto que se comparan. Algunos contenidos donde se aborda este significado son razones, proporciones, porcentajes y probabilidad. Por ejemplo, en los porcentajes se asocian a una comparación parte-todo, pero vistos como relaciones entre conjuntos; en la probabilidad se da una comparación todo-todo (casos favorables contra casos posibles).

Más actividades

1. José ha comido 5 de 24 chocolates que tenía la caja. ¿Qué parte de los chocolates comió?



2. De este pastel, Elena se comerá $\frac{2}{8}$ y Joel $\frac{1}{4}$. ¿Quién de los dos comerá más pastel?



3. Elisa trabajó tres cuartos de día, Leticia la mitad del día y Gustavo dos tercios del día.
- ¿Cuál es la expresión del trabajo de cada uno en fracciones?
 - ¿Quién trabajo más en el día?
 - El día tiene 24 horas, ¿cuántas horas trabajó cada uno?

Suma y resta de fracciones

Los algoritmos de la suma y de la resta de fracciones en general no son sencillos. Las y los alumnos deben saber que para sumar o restar dos fracciones deben tener el mismo denominador. Por lo que se emplean las fracciones equivalentes, para poder realizarlos. Existen otros procedimientos que serán abordados en primaria y secundaria.

En la evaluación diagnóstica se indagó si las y los niños logran resolver problemas que impliquen sumas con números fraccionarios a partir del siguiente reactivo.

Ana se comió $\frac{2}{4}$ de una barra de chocolate y María se comió $\frac{1}{5}$, ¿qué porción comieron entre las dos?

- $\frac{6}{20}$
- $\frac{7}{10}$
- $\frac{3}{5}$
- $\frac{3}{9}$

En este reactivo se establece una relación aditiva entre cantidad de chocolate que se comió Ana y María.

$$\frac{2}{4} + \frac{1}{5} = \frac{2 \times 5}{4 \times 5} + \frac{1 \times 4}{5 \times 4} = \frac{10}{20} + \frac{4}{20} = \frac{14}{20} = \frac{7}{10}$$

Para resolver la suma de fracciones se busca fracciones equivalentes (opción B).

Las y los alumnos pueden establecer una relación inadecuada entre los datos. Por lo que definen una relación sustractiva en vez de aditiva entre los datos del problema, de tal manera que no permite resolver adecuadamente el problema (opción A).

$$\frac{2}{4} - \frac{1}{5} = \frac{2 \times 5}{4 \times 5} - \frac{1 \times 4}{5 \times 4} = \frac{10}{20} - \frac{4}{20} = \frac{6}{20}$$

Otras opciones a las que recurren las y los niños menos familiarizados con las operaciones con fracciones son las invenciones de procedimientos considerando que, lo más cercano a ellos es la suma con naturales. Así, tienden a sumar los denominadores y numeradores por separado (opción D).

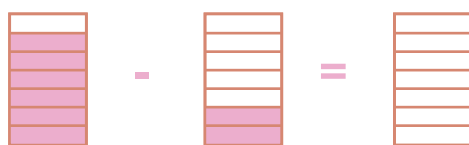
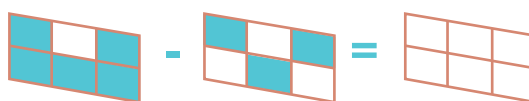
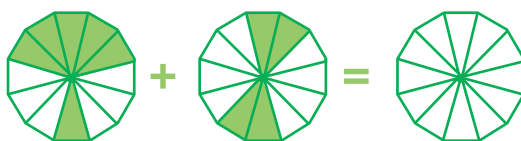
$$\frac{2}{4} + \frac{1}{5} = \frac{3}{9}$$

Otra respuesta de las y los alumnos es sumar los numeradores de las fracciones implicadas, anotándola como numerador y considera como denominador, el denominador de mayor valor numérico de las fracciones involucradas (opción C).

$$\frac{2}{4} + \frac{1}{5} = \frac{3}{5}$$

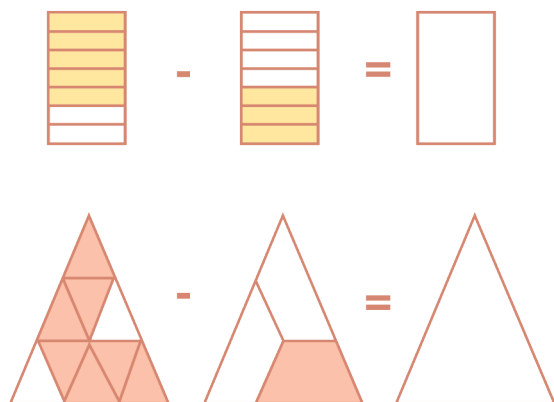
A continuación, se muestran algunas actividades para abordar la suma o resta de fracciones.

- Encuentren la fracción que sea el resultado de sumar o de restar las fracciones que se representan gráficamente.



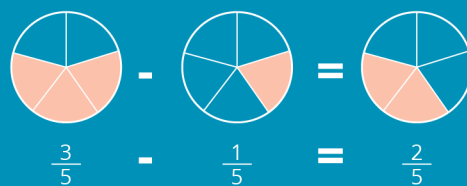
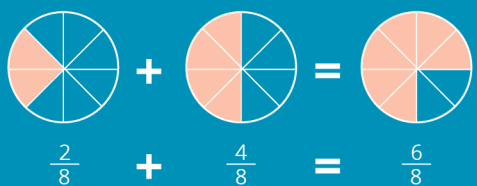
- Representen cada fracción de forma numérica.
 - ¿Qué tienen en común cada par de fracciones?
 - ¿Qué hicieron para sumar o restar las fracciones?
 - Escriban el procedimiento para sumar o restar las fracciones si tienen el mismo denominador.
- Dibujen la fracción que sea el resultado de sumar o de restar las fracciones que se representan gráficamente.



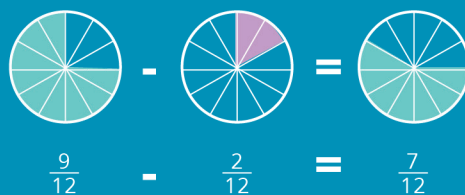
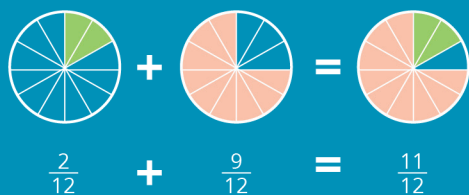
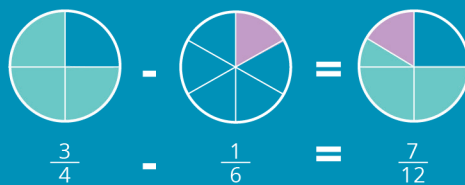
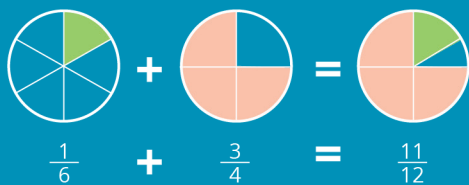


- Representen cada fracción de forma numérica.
- ¿Cómo son los denominadores de cada par de fracciones?
- ¿Cómo sumaron o restaron las fracciones?
- Escriban el procedimiento para sumar o restar las fracciones si los denominadores son diferentes.

Para sumar o restar fracciones con el mismo denominador, se suma o se restan los numeradores.



Para sumar o restar fracciones con distinto denominador, se buscan sus respectivas fracciones equivalentes, de tal manera que tengan el mismo denominador, para posteriormente sumarlas o restarlas.



Por supuesto existes otras estrategias para sumar o restar fracciones que pueden poner en juego con las y los estudiantes.

3. Escriban los resultados en la tabla y anoten también el procedimiento que realizaron.

Cálculo	Resultado	Procedimiento
Doble de $\frac{1}{4}$		
Triple de $\frac{3}{5}$		
La mitad de $\frac{1}{2}$		
La mitad de $\frac{4}{7}$		
$2 + \frac{3}{8}$		
$\frac{1}{4} + \frac{2}{4}$		

Las y los niños menos familiarizados con las operaciones con fracciones, al sumar las fracciones suman numeradores y denominadores por separado, porque no conciben la unidad y los consideran como la suma de números naturales.

Recuerde que en la educación primaria se abordan también la multiplicación y división de fracciones, por y entre, un número natural. Para una mejor comprensión, puede hacer que las y los niños usen representaciones gráficas y comenzar con material concreto.

Más actividades

- Una ciudad consume el agua de tres presas del mismo tamaño: $\frac{3}{8}$ de una, $\frac{2}{8}$ de otra y $\frac{1}{4}$ de la tercera. ¿Cuántas partes en total se consumen de agua de las tres presas?
- Un tanque tenía $\frac{3}{4}$ de gasolina y le sacaron $\frac{1}{8}$. ¿Cuánta gasolina quedó en el tanque?
- En una tienda venden 25 bolsas de $\frac{1}{4}$ de café diariamente. ¿Cuánto café en total venden diariamente?
- Claudia tiene dos perros, uno grande que come $\frac{3}{5}$ partes de un bulto de alimento y el otro pequeño que come la mitad de lo que come el grande. ¿Cuánto come el perro pequeño?

Forma, espacio y medida

En esta unidad de análisis se evaluaron aspectos de la geometría, en particular de las características de las figuras, algunos aspectos de la medida y la ubicación espacial.



Propósito

Presentar estrategias de enseñanza que contribuyan a fortalecer la ubicación espacial, en particular la descripción de trayectorias y aspectos de la medida como área y conversión de unidades en los atributos de longitud, masa y capacidad.



Reactivos asociados de la prueba diagnóstica de 6° de primaria

Figuras y cuerpos: 21, 22, 23, 24, 25, 26 y 27. Medida: 28, 29, 32, 33, 34, 35, 36 y 37. Ubicación espacial: 30 y 31.



Aprendizajes esperados de 6° de primaria

- Explica las características de diversos cuerpos geométricos (número de caras, aristas, etc.) y usa el lenguaje formal.
- Resuelve problemas que implican conversiones del Sistema Internacional (SI) y el Sistema Inglés de Medidas.
- Armado y desarmado de figuras en otras diferentes.
- Análisis y comparación del área y el perímetro de la figura original y la que se obtuvo.
- Utiliza el sistema de coordenadas cartesianas para ubicar puntos o trazar figuras en el primer cuadrante.



Sugerencias de estrategias de enseñanza

1. **Conversión de unidades en el Sistema Internacional de Medidas.** Promueva las conversiones en los atributos de longitud, masa y capacidad. De unidades mayores a menores y viceversa. Por ejemplo, de kilogramos a gramos, de miligramos a kilogramos, de litros a mililitros o de mililitros a decilitros, de metros a kilómetros o de milímetros a metros.
2. **Área de figuras.** Use retículas cuadradas o triangulares para deducir las fórmulas para la obtención de áreas de triángulos y cuadriláteros regulares. Emplee imágenes prototipo y no prototipo.

3. Descripción de trayectorias. Plantee situaciones en contextos reales que permitan la lectura, interpretación y descripción de trayectorias en contextos urbanos y rurales. Considere los siguientes aspectos:

- Uso de sistemas de coordenadas unidimensional y bidimensional para evitar que las y los niños efectúen errores de conteo en las cuadras o calles y marcar el punto de partida como un referente adicional al realizar el conteo.
- Uso de la rosa de los vientos para ubicar los puntos cardinales y evitar confusiones, pues con este elemento se definen la dirección y el sentido de trayectorias.
- Lectura de mapas, planos o croquis para mostrar a las y los niños los elementos de referencia que contienen y dar lectura e interpretación adecuada de los objetos, de su ubicación y de la descripción de trayectorias.

Medida

Las unidades de medida y sus magnitudes constituyen una parte fundamental del conocimiento matemático en la educación básica; pues se aplican en diferentes campos como la Física, Química y Biología, entre otras. En la educación primaria se aborda la conversión entre unidades del sistema métrico decimal con relación a los atributos de longitud, masa y capacidad.

Al ser un contenido que tiene una relevancia social y disciplinaria, en la evaluación diagnóstica se valoró si las y los estudiantes resuelven problemas que implican las conversiones entre unidades de longitud del Sistema Internacional de Medidas, de una unidad menor a una mayor mediante el siguiente reactivo.

En la situación que se plantea, las y los niños transforman las unidades de longitud de centímetros a metros considerando que un 1 metro equivale a 100 centímetros y que deben buscar a cuántos metros equivale 250 centímetros. Al establecer la relación entre estas unidades de medida se tiene que dividir 250 entre 100 que equivale a 2.5 metros (opción D).

Un oso polar puede tener una altura de 250 centímetros, ¿cuánto es esa altura en metros?

- A) 25 000
- B) 2 500
- C) 25.0
- D) 2.5

Las y los niños menos familiarizados con la conversión de medidas establecen una relación inadecuada entre estas unidades y multiplican 250 por 100 o por 10, que equivalen a 25 000 y 2 500 metros (opciones A y B respectivamente). También, pueden considerar una equivalencia inadecuada como: 1 metro equivale a 10 centímetros, por lo que dividen 250 entre 10 y obtienen 25.0 (opción C).

Conversión de unidades en el Sistema Internacional de Medidas

En este apartado se busca que las y los niños expresen la medida de una cantidad en distintas unidades, justificando la equivalencia entre las mismas. Para ello se proponen algunas actividades que tienen la intención de mejorar la comprensión de la transformación de las unidades de medida.

1. Solicite a las y los alumnos que lleven una tira, cuerda o listón de un metro, un kilogramo de maíz o alguna semilla y 4 bolsas de un cuarto. También pídale un litro de agua con 10 vasos iguales y solicíteles que realicen las siguientes actividades en equipo.
 - a) Dividan las tiras o listones en 10 partes iguales.
 - b) Contesten las preguntas.

- Si la tira mide un metro, ¿cuánto mide la longitud de cada parte?
 - Si cada parte se divide en 10 partes iguales, ¿cuál será la longitud de cada parte?
- c) Dividan el kilogramo de las semillas que hayan llevado las y los niños en bolsas más pequeñas, recuerde que las bolsas deben ser de un cuarto de kilogramo.
- d) Contesten las preguntas.
- ¿Cuántas bolsas pequeñas se llenaron?
 - ¿Cuánto pesará cada bolsa?
- e) Divida el litro de agua en 10 vasos del mismo tamaño, sin que sobre agua.
- f) Contesten las preguntas.
- ¿Cuánta agua habrá en cada vaso?
 - ¿Cuántos vasos se llenarán con dos litros de agua?

Con estas actividades se promueven estrategias que permiten subdividir las unidades de medida ya conocidas como longitud (metro), masa (kilogramo) y capacidad (litro) en partes iguales, de tal manera que se constituyan nuevas unidades de medida más pequeñas. Es probable que algunas y algunos alumnos hagan referencia a los centímetros y milímetros, gramos y miligramos o decilitros y mililitros. También puede suceder que, si se trata de repartir un litro de agua, como se plantea en la actividad e), las y los niños recurran al uso de las fracciones e intenten partir en 10 al litro y pueden referir que es la décima parte de un litro o expresarlo como $\frac{1}{10}$, o como 0.1 litros, haciendo uso de los decimales o inventar nuevos valores. Con respecto a la masa, se observa que se pueden formar cuatro paquetes y cada uno corresponde a 250 gramos. Las y los niños pueden establecer la equivalencia de $\frac{1}{4}$ kg = 250 gramos por lo tanto 4 bolsas de $\frac{1}{4}$ kg = 1 000 gramos.

2. La tabla muestra algunas equivalencias en los atributos de longitud (metro-centímetro), masa (kilogramo-gramo) y capacidad (litro-mililitro).

- a) Completen la tabla.

Longitud						
Metro (m)	1	2				0.01
Centímetro (cm)	100		10 000	50	10	
Peso						
Kilogramo (kg)	1		10		0.01	0.01
Gramo (g)	1 000	2 000		500		
Capacidad						
Litro (L)	1	5			0.1	0.01
Mililitro (ml)	1 000		10 000	500		

Contesten las siguientes preguntas:

- ¿Cómo obtienen la cantidad de centímetros que hay en 2 metros?
- Si se tienen 50 centímetros, ¿cuántos metros hay?
- ¿Cómo saben cuántos gramos hay en 10 kilogramos?
- ¿A cuántos kilogramos equivalen 500 gramos?
- ¿Cuántos mililitros hay en 0.1 litros?
- En 10 000 mililitros, ¿cuántos litros hay?

El **valor unitario** es el que corresponde a una unidad o pieza; por ejemplo, si en 7 m hay 700 cm, el valor unitario es 100 cm que equivalen a 1 m.

En esta actividad se pone en juego las relaciones de proporcionalidad directa para completar las tablas. Porque al conocer que 1 m equivale a 100 cm, un kilogramo a 1 000 gramos y un litro a 1 000 mililitros se tiene el valor unitario y se puede encontrar el resto de los valores. Por ejemplo, para calcular la cantidad de centímetros que hay en 2 metros hay que duplicar la cantidad de centímetros.

Por otro lado, si 1 m son 100 cm, entonces 0.01 metros será el resultado de dividir un metro entre 100, y se tendrá 1 centímetro = 0.01 metros.

Para obtener los valores faltantes en la tabla será necesario multiplicar o dividir por 100 o 1 000. Por ejemplo, al conocer que 1 kg = 1 000 g, entonces para saber cuántos gramos equivalen a 7 kilogramos, se debe multiplicar por 1 000, así se tendría 7 kg = 7 000 g. En el caso de tener 8 000 g y buscar su equivalencia en kilogramos, se tendría que dividir entre 1 000 por lo que 8 000 g = 8 kg.

Cuando se divide un kilogramo en 10 partes iguales se obtiene 0.1 kg, por lo que 100 g corresponden a 0.1 kg. Esta relación puede interpretarse como la expresión decimal: 0.1 kg, como la décima parte del kilogramo, y también corresponde a la décima parte de los 1 000 g, es decir, 100 g. Al multiplicar o dividir por potencias de 10, se pone de manifiesto que se debe tener el dominio de las expresiones decimales.

2. Con base en la primera tabla que muestra las equivalencias entre las unidades de medida para la longitud, completen las tablas para los atributos de masa y capacidad.

Equivalencias entre unidades de longitud	
Kilómetro (km)	1 000 m
Hectómetro (hm)	100 m
Decámetro (dam)	10 m
Metro (m)	1 m
Decímetro (dm)	0.1 m
Centímetro (cm)	0.01 m
Milímetro (mm)	0.001 m

Equivalencias entre unidades de masa	
Kilogramo (kg)	_____ g
Hectogramo (hg)	_____ g
Decagramo (dag)	_____ g
gramo (g)	1 g
Decigramo (dg)	0.1 g
Centigramo (cg)	0.01 g
Milígramo (mg)	0.001 g

Equivalencias entre unidades de capacidad	
Kilolitro (kl)	1 000 L
Hectolitro (hl)	_____ L
Decalitro (dal)	10 L
Litro (L)	1 L
Decilitro (dl)	_____ L
Centilitro (cl)	_____ L
Mililitro (ml)	0.001 L

- a) ¿Qué procedimiento realizaron para completar los valores que faltan en las tablas de equivalencia?
- b) Realicen las siguientes conversiones entre las unidades.

8 dm =	m
9 hm =	m
5 hg =	g
2 000 mg =	g
29 kl =	L
3 000 ml =	L

80 000 mm =	dm
14 dam =	cm
5 hg =	kg
2 000 g =	hg
3 000 L =	hl
3 000 ml =	dl

- Expliquen que procedimiento realizaron para convertir las unidades de la derecha.
- c) Marquen las expresiones que representan la misma cantidad.

5 m 100 cm	5 100 cm	510 cm	5 100 mm
7 kg 500 g	7 500 g	7 500 kg	7.5 ton
20 100 ml	2 010 cl	20.1 L	2.01 L

Para resolver problemas de equivalencias entre diferentes unidades de medida en los atributos de longitud, masa y capacidad, promueva que las y los alumnos reconozcan y usen las relaciones de proporcionalidad que se dan entre las dos cantidades. También, favorezca la multiplicación y la división por potencias de 10. Otro aspecto que hay que reforzar en los problemas que plantee es el uso de expresiones fraccionarias y decimales en términos de décimos, centésimos y milésimos, en donde se requiere una interpretación y su relación con las distintas unidades de medida.

Promueva la reflexión de las siguientes preguntas:



- ¿Cómo abordan la conversión de unidades de medida?
- ¿Qué se debe hacer para determinar la equivalencia de una unidad mayor a una menor y viceversa?
- ¿Establecen la relación que existe entre las unidades de medida con las expresiones de fracciones y decimales en los problemas que se plantean?

Más actividades

1. Fernando prepara gelatinas para la cooperativa de su escuela; para ello, compra polvo para preparar gelatina a granel, pero no está seguro de cuánto le rendirá. Él compra 1.5 kilogramos de polvo para preparar gelatina y, después de preguntar a su familia, descubre que se necesitan 120 gramos de polvo para preparar un litro de gelatina.

- a) ¿A cuántos gramos equivalen 1.5 kilogramos de polvo para preparar gelatina?
- b) ¿Cuántos litros de gelatina podría preparar con 1.5 kilogramos de polvo para preparar gelatina?
- c) ¿Cuántos kilogramos tendría que comprar para tener 2 400 gramos de polvo para preparar gelatina?
2. Roberta ha preparado café para sus ocho primos y los ha servido en tazas con capacidad de 250 mililitros cada una.
- a) ¿Cuántos litros de café ha preparado?
- b) ¿A cuántos decilitros equivale cada taza?
3. El grupo de sexto de primaria quiere dibujar en el patio de su escuela una cuadrícula para jugar. La escuela les dio permiso para que usen un cuadrado de 4.5 metros por lado para trazar la cuadrícula. Ahora, las y los alumnos tiene que decidir de qué tamaño quieren que sean los cuadrados que formarán la cuadrícula.
- Si se deciden por cuadrados de un decímetro de largo, ¿cuántos cuadrados caben en cada lado?
 - ¿Cuántos cuadrados caben si se deciden por cuadrados de 15 centímetros por lado?
 - ¿Cuántos cuadrados de 120 milímetros por lado caben en el cuadrado?

Áreas

El área es la medida que proporciona el tamaño de la región encerrada en una figura geométrica, a veces es confundida con el perímetro. En este apartado vamos a identificar los elementos geométricos como base, altura, lado, diagonal que permiten deducir la forma en que se puede obtener el área de diferentes figuras geométricas como triángulos y cuadriláteros.

En la prueba diagnóstica se valoró si las y los niños saben calcular el área de triángulos. Para lo cual se propuso el reactivo que se muestra a la derecha.

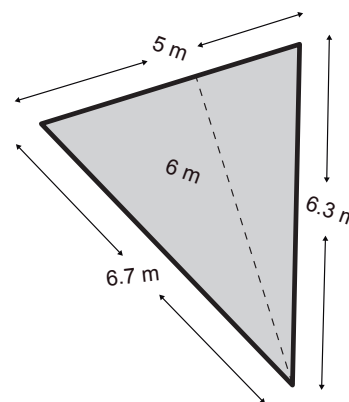
Las y los niños deben identificar que el jardín se representa por una forma geométrica triangular, y los elementos geométricos como son la base y altura del triángulo son necesarios para determinar su superficie.

Para obtener el área del triángulo se requiere realizar los siguientes cálculos.

$$\begin{aligned}\text{Área del triángulo} &= \frac{\text{base} \times \text{altura}}{2} = \frac{5 \text{ m} \times 6 \text{ m}}{2} = \frac{30 \text{ m}^2}{2} \\ &= 15 \text{ m}^2 \text{ (opción A)}.\end{aligned}$$

Otras y otros alumnos tienden a interpretar inadecuadamente los elementos geométricos para obtener el área del triángulo. Por ejemplo, consideran la base que no corresponde con la altura marcada en el triángulo.

Joaquín tiene un jardín con la forma y las medidas siguientes:



¿Cuál es el área del jardín?

- A) 15 m²
- B) 20.1 m²
- C) 30 m²
- D) 33.5 m²

$$\text{Área del triángulo} = \frac{\text{base} \times \text{altura}}{2} = \frac{6.7 \text{ m} \times 6 \text{ m}}{2} = \frac{40.2 \text{ m}^2}{2} = 20.1 \text{ m}^2 \text{ (opción B).}$$

Las y los niños para obtener el área del triángulo pueden aplicar un procedimiento que no corresponde a lo solicitado, por ejemplo, omiten dividir entre dos.

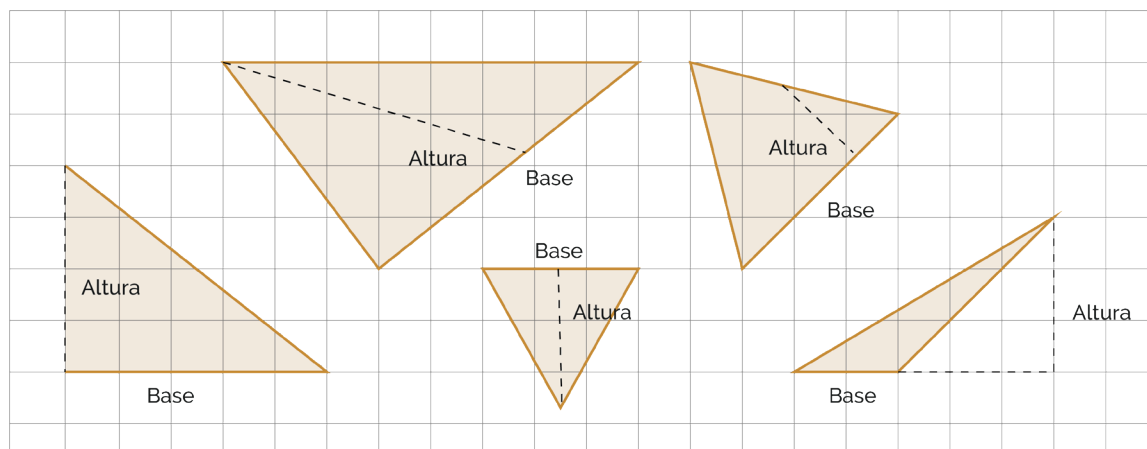
$$\text{Área del triángulo} = \text{base} \times \text{altura} = 5 \text{ m} \times 6 \text{ m} = 30 \text{ m}^2 \text{ (opción C).}$$

Las y los niños menos experimentados en este tema también pueden considerar la altura como un lado del triángulo debido a una interpretación inadecuada de los elementos geométricos del triángulo y también omitir la división entre dos.

$$\text{Área del triángulo} = \text{base} \times \text{altura} = 5 \text{ m} \times 6.7 \text{ m} = 33.5 \text{ m}^2 \text{ (opción D).}$$

Para determinar el área de figuras geométricas primero hay que saber identificar los elementos geométricos de cada figura. Se proponen las siguientes actividades a modo de practicar.

1. Señalen los triángulos que tienen su altura trazada correctamente.

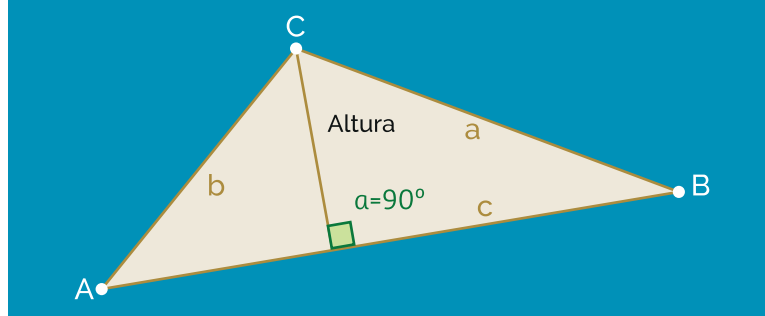


Recuerde a las y los niños que en un triángulo hay tres alturas que pueden estar dentro o fuera de él o coincidir con alguno de sus lados, esto es en función del tipo de triángulo que se trate.

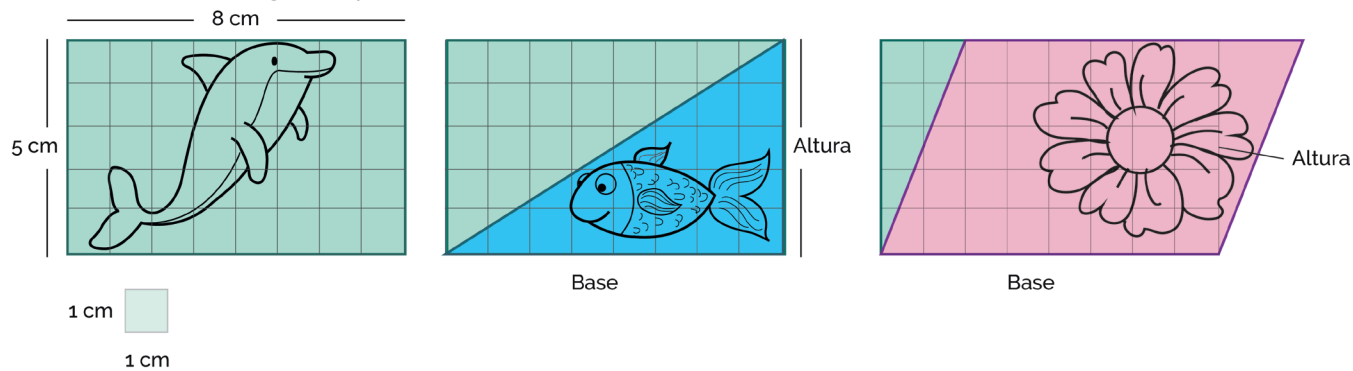
2. Realicen una actividad en GeoGebra, donde se trace un triángulo y su altura, y luego modifique el triángulo para que observe lo que ocurre con las alturas de acuerdo con las características del triángulo.

- Proponga a las y los estudiantes que escriban sus hipótesis y recuérdelos que todo triángulo tiene tres bases y sus respectivas alturas.

La altura de un triángulo es el segmento perpendicular trazado desde un vértice al lado opuesto.



3. Observen las figuras que se muestran.

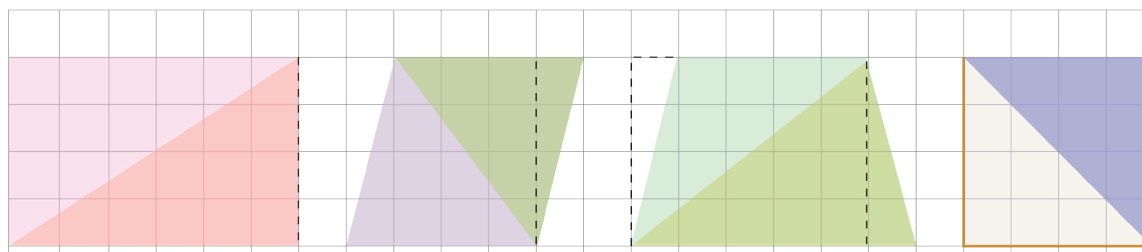


- Midan las dimensiones de cada figura y completen la tabla.

Figura	Base	Altura	Superficie	Área
Rectángulo verde	8 cm	5 cm	40	$8 \text{ cm} \times 5 \text{ cm} = 40 \text{ cm}^2$
Triángulo azul				
Romboide				

- ¿Cuánto mide el área del rectángulo?
 - ¿Cómo se puede obtener el área del rectángulo?
 - En la imagen del centro, ¿qué parte representa el triángulo azul respecto al rectángulo verde?
 - Si el área del rectángulo se obtiene al multiplicar la base por la altura ($b \times h$), ¿cómo se obtiene el área del triángulo azul?
 - ¿Cuánto mide el área del triángulo azul?
 - ¿Cómo es la altura del romboide con respecto a la altura del rectángulo?
 - ¿Cómo es la base del romboide con respecto a la altura del rectángulo?
 - ¿Cómo son las superficies del rectángulo y el romboide?
 - ¿Cuánto mide la altura y base de romboide?
 - ¿Cómo se obtiene el área del romboide?
4. Determinen las dimensiones de la base y altura de cada triángulo y obtengan el área de cada triángulo.

1 cm²

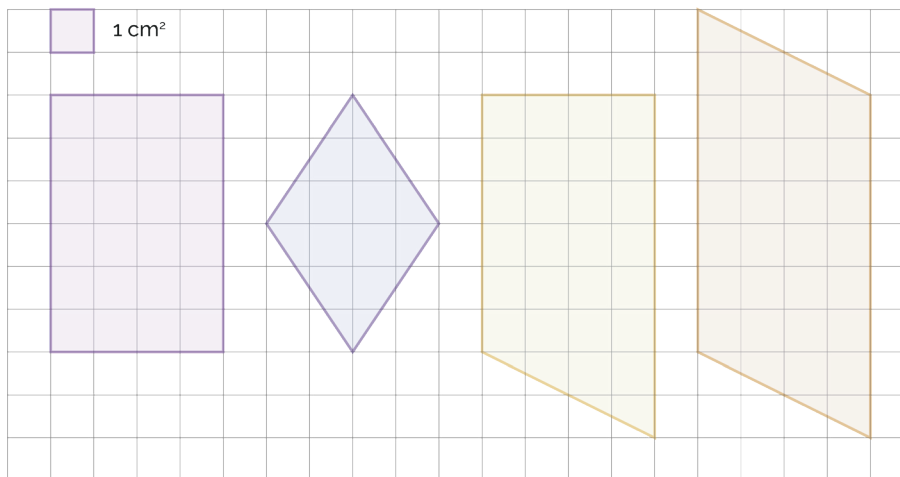


- ¿Cuánto mide el área de cada figura completa?

Promueva actividades donde las y los alumnos puedan deducir las fórmulas que permiten obtener el área de triángulos y cuadriláteros como: cuadrado, rectángulo, rombo, romboide y trapecio. También incentívelos para que reconozcan todos los elementos geométricos de las figuras.

Más actividades

1. Observen las siguientes figuras.

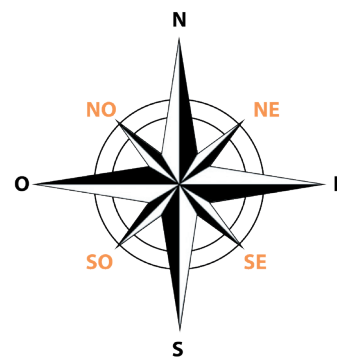


- ¿Cuál es el área de cada una de ellas?
- ¿Cómo obtienen el área del rombo?
- ¿Qué parte del área del rectángulo es el área del rombo?
- ¿Cómo obtienen las áreas del trapecio y del romboide?

Ubicación especial

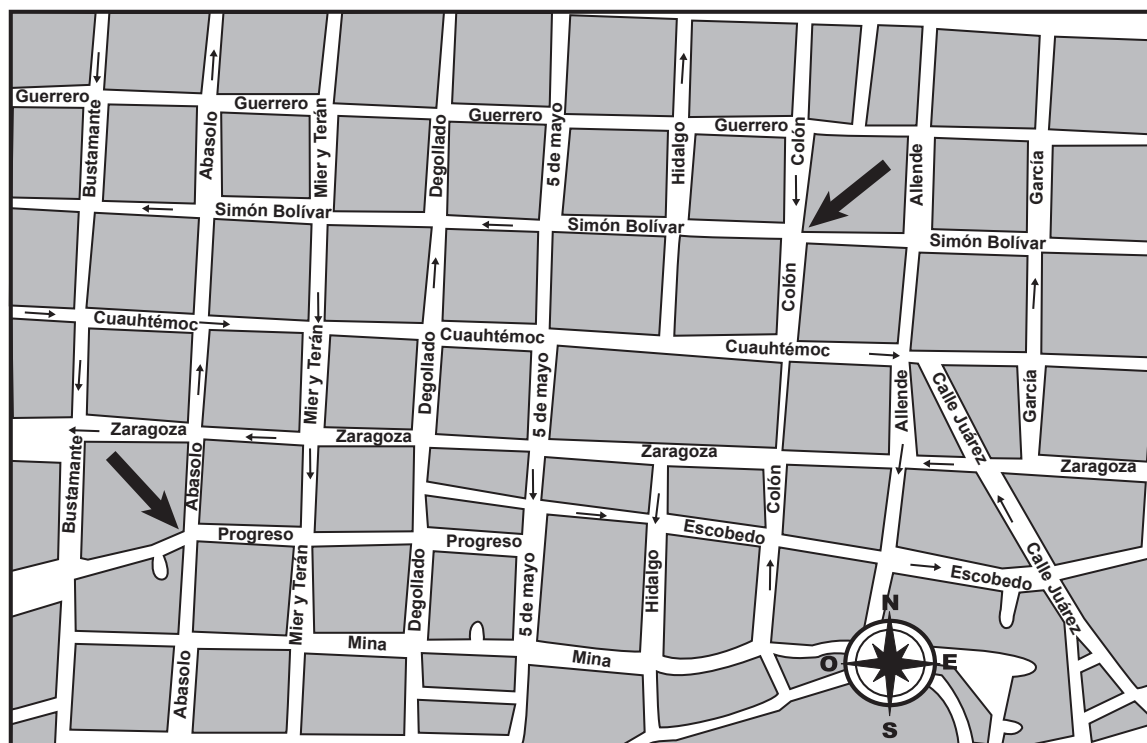
Al hablar de ubicación espacial en los mapas, planos o croquis, se refiere al lugar en el que se encuentran personas, objetos o sitios a los que se quiere llegar, para ello se usa un símbolo muy importante: la rosa de los vientos, que representa los puntos cardinales, norte, sur, este y oeste que sirven para orientarnos. También hay señalamientos o símbolos que sirven de referencia para localizar personas, lugares u objetos. Por eso es importante conocer el significado de los símbolos y señalamientos. Por ejemplo, si una persona quiere visitar tu casa, le puedes describir cómo llegar y darle algunas referencias, como que se encuentra entre una tienda y una iglesia.

Considerando que es un tema donde se requieren habilidades que se utilizan en el mundo actual, en la evaluación diagnóstica se indagó si las y los niños logran identificar la descripción de una trayectoria a partir de la representación gráfica de un plano. El reactivo que evaluó este aspecto se muestra a continuación.



Rosa de los vientos

Observa el siguiente mapa:



Una persona se encuentra en la esquina que forman las calles Simón Bolívar y Colón, quiere dirigirse a la esquina que forman las calles Abasolo y Progreso, ¿cuál de los siguientes recorridos debe realizar?

- Caminar cinco calles sobre Simón Bolívar con dirección oeste, luego dar vuelta hacia el norte sobre Abasolo y recorrer otras dos calles.
- Caminar seis calles sobre Simón Bolívar en dirección oeste, ahí dar vuelta hacia el sur y recorrer cuatro calles más.
- Caminar sobre Simón Bolívar cinco calles en dirección este, ahí dar vuelta hacia el sur y recorrer dos calles más.
- Caminar sobre Simón Bolívar cinco calles en dirección oeste, ahí dar vuelta hacia el sur y recorrer tres calles más.

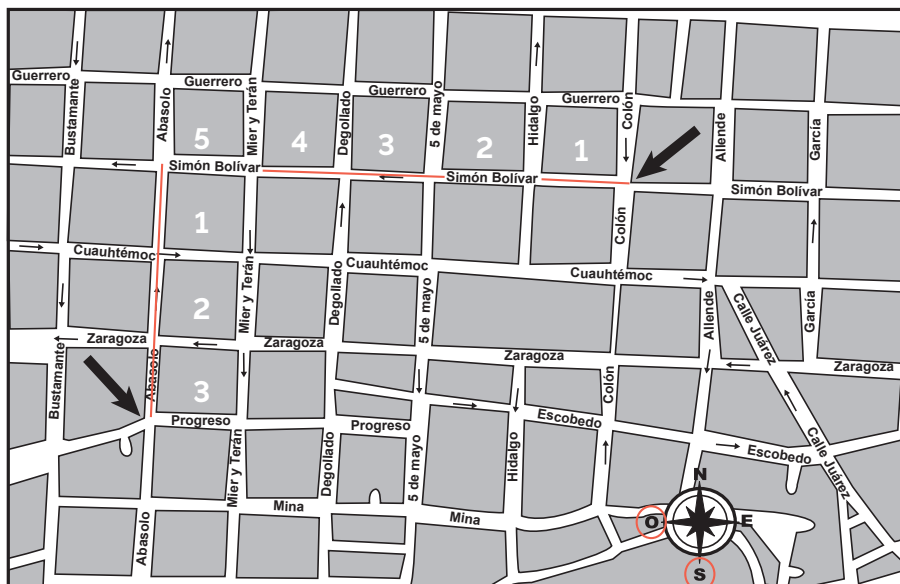
El reactivo muestra un mapa que contiene flechas que indican los puntos de inicio y llegada de una trayectoria, los nombres de las calles y la rosa de los vientos; incluyendo las iniciales de los puntos cardinales. Por tanto, para resolver este problema se requiere identificar la descripción de una trayectoria que vincula los puntos de inicio y llegada.

En el enunciado del problema se identifica la referencia a los puntos de inicio (calles Simón Bolívar y Colón) y llegada (calles Abasolo y Progreso), los cuales hay que ubicar en el mapa.

Dado que se deben establecer trayectorias para ir del punto de partida al de llegada, la rosa de los vientos sirve como referencia para realizarlas (norte hacia arriba, sur hacia abajo, oeste a la izquierda y este a la derecha); además del conteo de las calles haciendo uso del plano cartesiano.

Por tanto, en el mapa se tiene que identificar y dotar de sentido todos los elementos, explícitos o implícitos. Tal es el caso de los nombres de las calles y la rosa de los vientos,

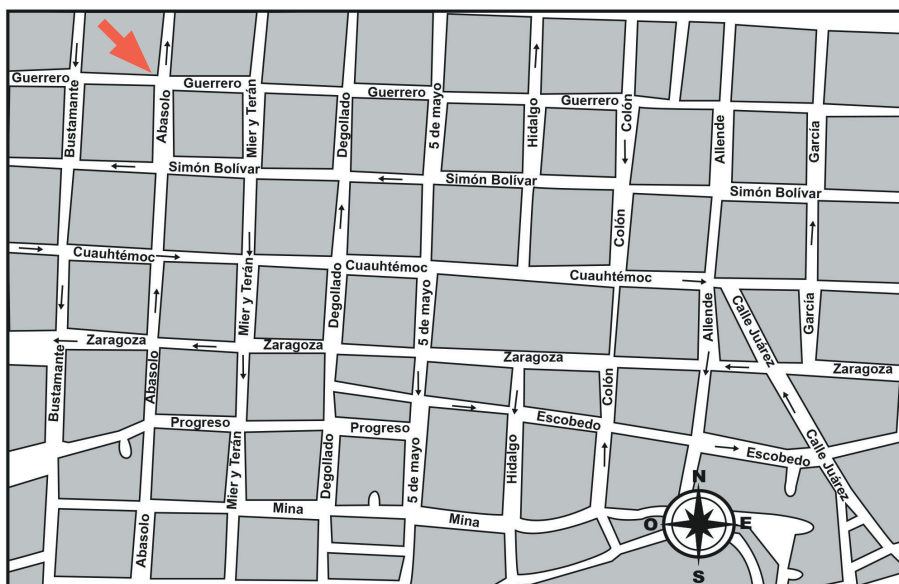
que permitirán orientar la dirección (al oeste y luego al sur) y el sentido (del punto de inicio, esquina Simón Bolívar y Colón, al punto de llegada, esquina de Abasolo y Progreso) y el conteo de calles. Por lo que la opción D describe sin ambigüedad la trayectoria seguida para llegar desde el punto inicial al punto final señalados.



Cuando las y los niños interpretan inadecuadamente el conteo de cuadras, lectura e interpretación de la rosa de los vientos, nombres de calles, punto de inicio y llegada, en función de interpretar la descripción de una trayectoria, dan lugar a las opciones A, B y C. Estos errores se hacen evidentes cuando las y los estudiantes confunden términos como "oeste con este", "norte con sur", o hacen el conteo de cuadras iniciando en un punto inicial como 1, en vez de punto de inicio como cero. Considerando lo anterior, se sugieren algunas actividades para fortalecer estos aspectos.

1. Lean la situación y observen con detenimiento el mapa para identificar la trayectoria.

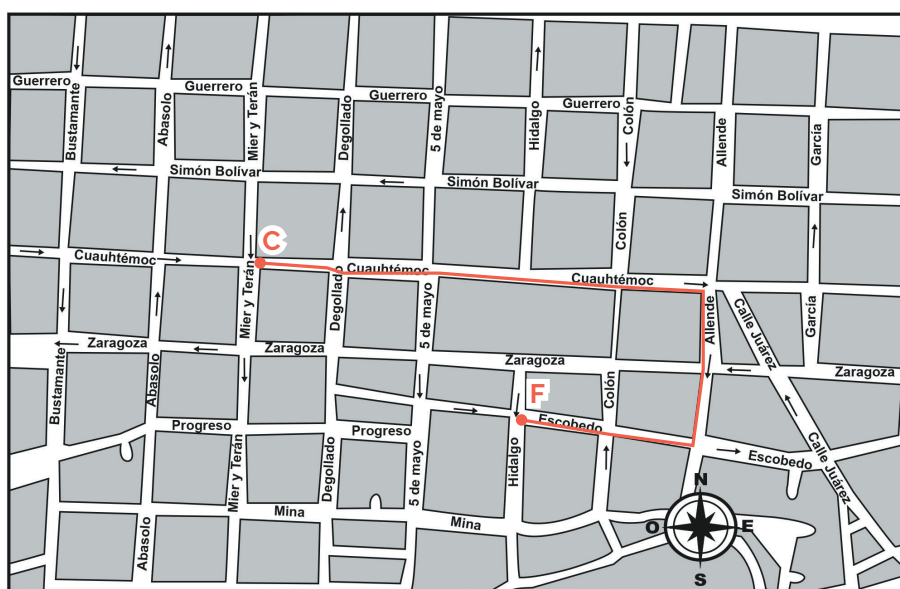
Raúl está en la esquina de Guerrero y Abasolo y camina tres cuadras al este y tres al sur y una al este. Al final del recorrido, ¿en qué calles se ubica Raúl?



- Identifiquen el punto de partida de la trayectoria.
- Marquen con rojo el trayecto descrito.
- Usen la rosa de los vientos como apoyo para la orientación hacia dónde deben realizar la trayectoria.
- Realicen el conteo de las cuadras.
- Recuerden que el punto de inicio es tomado como cero.

Para leer un mapa, croquis o un plano se ponen en juego diversas habilidades. Hay que dar significado a los símbolos que se muestran en ellos, los que representan objetos, condiciones geográficas, personas, sitios de interés y rutas respecto a los puntos cardinales.

2. Observen la trayectoria marcada en rojo en el plano de una parte de una colonia.



- Describan la trayectoria que sigue una persona que está ubicada en el punto C y se traslada al punto F.
- ¿En qué calles se encuentra el punto de partida? y ¿el de llegada?
- ¿Qué elementos deben considerarse para realizar la descripción de la trayectoria?
- Marquen otra trayectoria para llegar al mismo punto y describan la nueva trayectoria.

Las y los alumnos marcarán las trayectorias en el plano, pero para las y los estudiantes menos familiarizados con la descripción de las trayectorias es recomendable verificar que hagan el uso correcto de la orientación que proporciona la rosa de los vientos (dirección y sentido).

En las primeras descripciones que realicen las y los niños pueden usar términos como a la derecha o izquierda o arriba y abajo en vez de nombrar los puntos cardinales, pero deben dar la referencia con los términos adecuados porque no es lo mismo “a mi derecha” que “a la derecha del sujeto que tenga enfrente”. Deben practicar describir trayectorias tomando en cuenta el sistema corporal de cada individuo.

Oriente a las y los niños para que realicen descripciones empleando términos como “al oeste”, “dos cuadras al norte”. Cuando muestren problemas de conteo de cuadras, recurra

al uso del plano cartesiano en el primer cuadrante, haga énfasis en que el punto de partida debe ser interpretado como el origen en el plano cartesiano, y el conteo de calles o cuadras no inicia en 1, sino en cero.

Para la descripción de rutas en planos, croquis o mapas, las y los alumnos necesitan disociar al menos dos sistemas de referencia: el sistema ligado a su propio esquema corporal, proyectado por traslación sobre el papel, y el sistema correspondiente a la proyección del esquema corporal de un móvil que se desplaza a lo largo del itinerario que se trata de describir o interpretar (Gálvez, 1985).

Promueva la reflexión sobre estas preguntas:



- ¿Qué elementos contienen los mapas, croquis y planos que permiten su lectura?
- ¿Para qué sirve la rosa de los vientos?
- ¿Qué elementos se deben considerar para describir una trayectoria, ir de un lugar a otro?
- ¿En qué lugares han identificado mapas, croquis o planos?
- ¿Todos los mapas, planos o croquis contienen los mismos elementos?

Muestre a las y los alumnos mapas, croquis o planos de zonas urbanas o rurales y en ellos identifiquen museos, salas de cine, centros comerciales, invernaderos y otros lugares que sean familiares para ellos. Promueva que identifique la información que es de utilidad, por ejemplo, entradas y salidas, rutas de evacuación, zonas de comidas, servicios médicos y zonas de riesgo por deslave o inundación. También realice diversos cuestionamientos sobre la información que les proporcionan los mapas, plano o croquis, cómo deben leer e interpretar la información o cómo dar las indicaciones para llegar de un lugar a otro.

Más actividades

1. En el caso de que las y los alumnos cuenten con un celular o tengan acceso a una computadora usen la aplicación de Maps de Google para buscar la trayectoria de un lugar a otro.
 - a) Indiquen el punto de partida y llegada.
 - b) Analicen la trayectoria y describa una ruta. Después, compárela con la ruta que la aplicación ha definido.
 - c) Contesten las siguientes preguntas:
 - ¿Describieron la trayectoria de la misma manera que lo realizó la aplicación?
 - ¿Qué referentes usaron para la descripción de la trayectoria?

Manejo de la información

En esta unidad de análisis se evaluaron aspectos del análisis de datos.



Propósito

Presentar estrategias de enseñanza que contribuyan a fortalecer la lectura e interpretación de la información en gráficas de barras y portadores diversos (anuncios, recetas, actas, recibos, etc.) y determinar e interpretar la media de un conjunto de datos representado de diferentes formas.



Reactivos asociados de la prueba diagnóstica de 6° de primaria

Análisis y representación de datos: 38, 39, 40, 41 y 42. Proporcionalidad y funciones: 43, 44 y 45.



Aprendizajes esperados de 6° de primaria

- Calcula porcentajes e identifica distintas formas de representación (fracción común, decimal, %).
- Resuelve problemas que implican comparar dos o más razones.
- Resuelve problemas que involucran el uso de medidas de tendencia central (media, mediana y moda).



Sugerencias de estrategias de enseñanza

1. **Determinar e interpretar la media en un conjunto de datos.** Plantee situaciones en contextos cercanos a las y los estudiantes. Se pueden emplear variables continuas y discretas que permiten determinar la media. Considere distribuciones de datos homogéneos y heterogéneos. Los datos pueden ser representados en tablas simples, de doble entrada, en gráficas de barras o diversos portadores. Promueva actividades en donde se aborden las propiedades de la media aritmética y no sólo enfocadas al cálculo.
2. **Porcentajes.** Plantee situaciones en contexto donde se represente los porcentajes como un número decimal, una fracción común o una proporción. Establezca las equivalencias entre las representaciones.
3. **Proporcionalidad.** Plantee problemas de valor faltante en los que la razón interna y externa es un número natural. Considere situaciones donde se proporcione el valor unitario y otros donde no se dé, la razón sea o no dobles o triples.

Para conocer si las y los estudiantes han comprendido el significado de la media aritmética, en la prueba se exploró si las y los niños saben calcular la media aritmética de un conjunto de datos sin agrupar.

Se midió, en minutos, la duración de varias películas. Los resultados se presentan a continuación:

131, 120, 140, 137, 145, 150, 141, 120, 113

¿Cuál es el tiempo promedio de duración de las películas?

- A) 145
- B) 120
- C) 133
- D) 137

Para obtener el tiempo promedio de duración de las películas se suman los minutos de cada película y se divide entre la cantidad de películas.

$$\frac{131 + 120 + 140 + 137 + 145 + 150 + 141 + 120 + 113}{9} = \frac{1197}{9} = 133$$

Cuando las y los alumnos interpretan y usan inadecuadamente los significados e interpretaciones de las medidas de tendencia central: moda, mediana y media aritmética, dato mayor o menor y rango, pueden creer que la media, también llamada promedio, es el dato que se encuentra en la posición central sin ordenar los datos. Así, identifican que el dato central es la opción A) 145.

131, 120, 140, 137, 145, 150, 141, 120, 113

Otras y otros alumnos confunden el promedio al obtener la medida de posición central en un conjunto ordenado de datos (mediana) y eligen la opción D) 137 como su respuesta.

113, 120, 120, 131, 137, 140, 141, 145, 150

Otra confusión del promedio es identificar el dato que se repite más veces (moda), y así eligen la opción B) 120, ya sea con los datos ordenados o no.

113, 120, 120, 131, 137, 140, 141, 145, 150

131, 120, 140, 137, 145, 150, 141, 120, 113

Otros errores frecuentes son elegir el dato mayor o menor del conjunto de datos y considerarlos como promedio, u ordenan los datos de menor a mayor y, como el conjunto de datos es impar, seleccionan el valor que corresponde al dato que se encuentra en la posición central.

Como pueden observar en el problema se tiene una lista de datos que no están agrupados ni organizados. Recuerde a las y los niños que pueden organizar y presentar los datos en tablas simples, de doble entrada y en gráficas de barras.

La media aritmética

Cada vez son más utilizados los promedios en nuestra vida cotidiana, se tiene contacto con ellos en las noticias de la economía, en las puntuaciones o tiempos de los jugadores deportivos, en las calificaciones de las y los estudiantes, etc. Los promedios son medidas que permiten representar a un conjunto de datos y es necesario conocer su significado y cómo se obtienen.

Analice con las y los alumnos el siguiente ejemplo para comprender qué es el promedio.

Una maestra de Matemáticas encargó realizar tres problemas en 2 horas. En total se tienen 120 minutos disponibles para realizarlos. Puede ocurrir que a un problema se le dedique 80 minutos y 20 minutos a cada uno de los otros dos; sin embargo, se puede identificar que, en promedio, se le dedican 40 minutos a cada problema y con esta acción se está calculando la media aritmética o promedio.

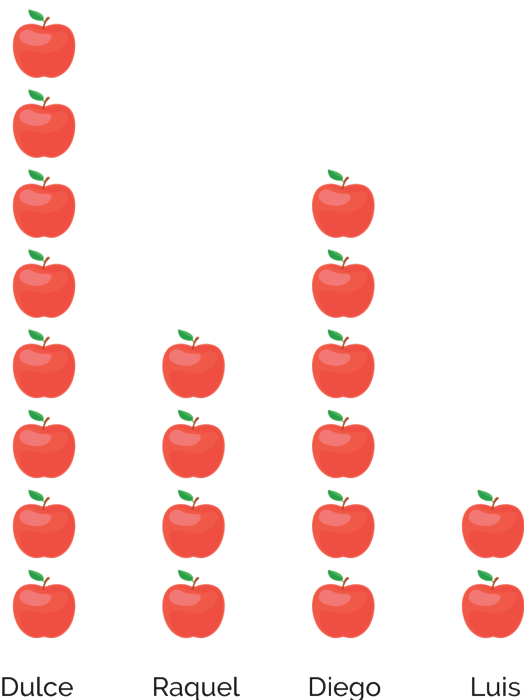
La media se puede pensar como el número de minutos que se le asignan a cada problema si se distribuye el tiempo de forma equitativa entre los tres problemas. Como se puede observar este contenido se encuentra presente en las actividades cotidianas que realizan las y los niños.

A continuación, se sugieren algunas actividades que favorecen la comprensión de la media aritmética.

1. Pida a las y los niños que lean las situaciones y contesten lo que se pregunta.

Situación 1

- a) Forme equipos de 4 alumnos.
- b) Utilice dulces, galletas o frutas para la actividad. Cada niña o niño debe aportar la siguiente cantidad de objetos: 8, 4, 6 y 2, como se muestra en el ejemplo del pictograma.
- c) Pídales que junten todos los objetos.
- d) Ahora solicíteles que entre ellos tomen la misma cantidad de objetos.
- e) Reflexionen sobre las siguientes preguntas:
 - ¿Cuántos objetos le tocan a cada niña o niño?
 - ¿Qué procedimiento realizaron para la repartición?
 - ¿Cuántos objetos se repartieron?
 - ¿Entre cuántos niños se hizo la repartición?



Haga énfasis en que a la cantidad final que le tocó a cada uno se le conoce como media aritmética o promedio, y que con la actividad se realizó un reparto equitativo porque a cada sujeto le corresponde la misma cantidad de objetos. También mencione que el proceso que se hizo fue juntar (sumar) todos los objetos y repartirlos (dividir) la cantidad de objetos entre todos los sujetos, de tal manera que ahora tienen la misma cantidad de objetos y que, a partir de este proceso, se obtiene el promedio de un conjunto de datos.

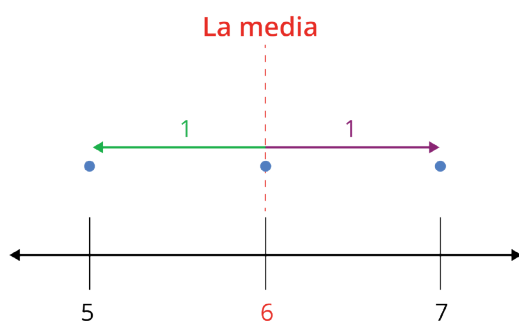
La **media aritmética**, también conocida como promedio, representa la característica predominante de un conjunto de datos. Se ubica en el centro de los datos y su valor no necesariamente está en el conjunto de datos. Además, si existe un dato muy grande o muy pequeño con respecto a los demás, el valor de la media cambia significativamente. Por ello también se concibe como el punto de equilibrio del conjunto de datos.

Ahora incorpore un niño o niña a cada equipo, el cual no aportara ningún objeto. Realicen las siguientes actividades.

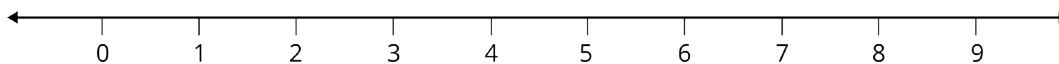
- Pídeles que junten de nuevo todos los objetos.
- Solicíteles que entre ellos tomen la misma cantidad de objetos.
- Reflexionen sobre las siguientes preguntas:
 - ¿Entre cuántos niños se hace la repartición?
 - ¿Cuántos objetos hay en total?
 - ¿Cuántos objetos le tocan a cada niña o niño?
 - ¿Qué procedimiento realizaron para la repartición?
 - ¿Cómo afectó a la media que haya un integrante más en el equipo?

Situación 2.

- Encuentren la media de los siguientes números: 5, 6 y 7.
- Ubiquen cada valor en la siguiente representación.



- Contesten las preguntas.
 - ¿Cuánto mide la distancia por arriba y por debajo de la media?
 - ¿Cómo es esa distancia?
- Consideren los siguientes datos: 2, 3, 6, 9 y represéntenlos gráficamente.

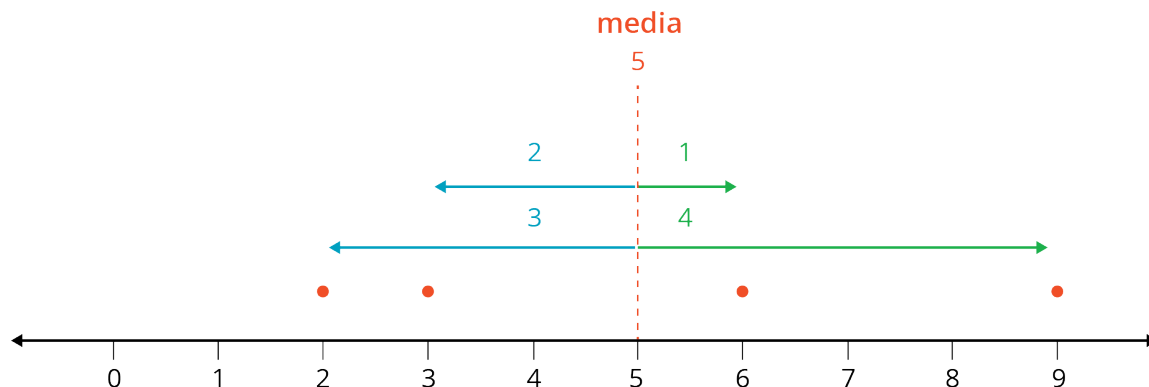


- Determinen la media y represéntela en el gráfico.
- Determinen la distancia total por arriba y por debajo de la media.
- ¿Cómo es esa distancia?

En las actividades se puede ver cómo los datos del conjunto siempre están equilibrados alrededor de la media. Por lo que la media se puede definir como **el punto de equilibrio** de un conjunto de datos, es decir, que la distancia total de la media a los datos debajo de ella es igual a la distancia total de ésta a los datos arriba de ella. En la actividad del inciso d) la media es 5.

$$\text{Media} = \frac{2+3+6+9}{4} = \frac{20}{4} = 5$$

Además, que la distancia total debajo de la media es igual a la distancia total arriba de ella:
 $1 + 4 = 2 + 3$.



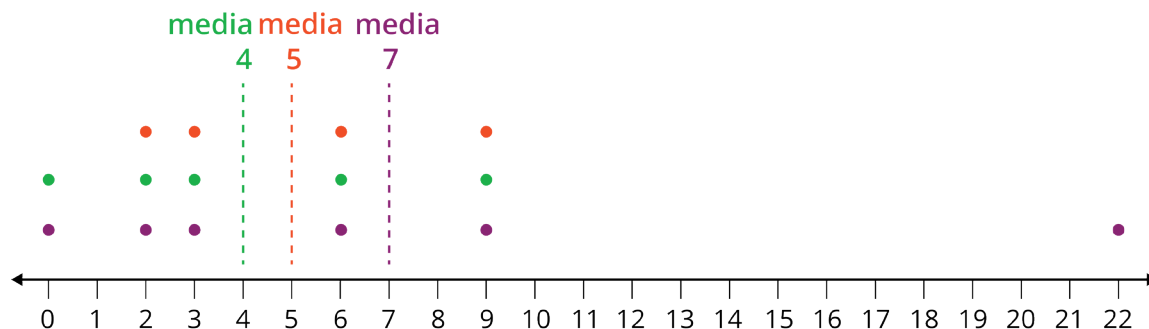
e) Ahora consideren los siguientes datos: 0, 2, 3, 6, 9. Agreguen el valor de 0 en la representación gráfica que ya elaboraron y determinen la media.

- ¿Cuál es el valor de la media?
- ¿Hacia qué lado se recorrió la media con respecto a la media obtenida en el inciso d)?

f) Ahora consideren los siguientes datos: 0, 2, 3, 6, 9, 22. Agreguen el valor de 22 en la representación gráfica que ya elaboraron.

- ¿Cuál es el valor de la media?
- ¿Hacia qué lado se recorrió la media con respecto a la media obtenida en el inciso d)?

Como podrán observar el valor de la media puede ser influenciado por los valores extremos. En el inciso d) la media fue 5 y como se muestra en la representación gráfica se tienen dos datos por arriba y por debajo de la media (puntos en rojo), en este caso funciona como un punto de equilibrio y es la medida que mejor representa al conjunto de datos. En el inciso e) al agregar un valor de cero al conjunto de datos, la media es 4 y se tienen tres valores por debajo de la media y dos por encima de ella (puntos color verde). En el inciso f) al agregar un valor muy grande, alejado del conjunto de datos, la media es 7, y se tienen cuatro valores por debajo de la media y dos por encima de ella. En estos dos últimos casos la media no es el valor que mejor representa a este conjunto de datos. Realice este análisis con las y los alumnos para que comprendan el significado de la media aritmética como una medida que representa un conjunto de datos.



Promueva la reflexión sobre las siguientes preguntas:



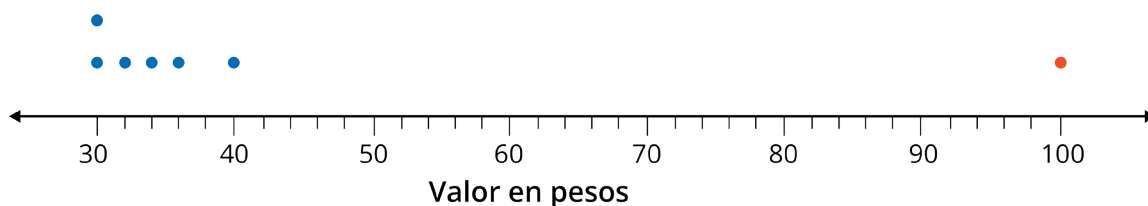
- ¿Cómo se obtiene la media aritmética?
- ¿Qué representa la media en un conjunto de datos?
- ¿Por qué se interpreta a la media aritmética como un punto de balance?
- ¿Cómo se afecta el valor de la media si hay valores alejados del conjunto de datos?

Lleven a cabo actividades con diferentes contextos y analícenlos tomando en cuenta que cuando en un conjunto de datos hay valores muy pequeños o grandes al resto de datos, la media aritmética se verá afectada por ellos, por lo que no será la medida que represente a dicho conjunto. En cambio, si el conjunto de datos es homogéneo, la medida que mejor representa al conjunto de datos es la media aritmética.

Más actividades

Resuelvan los siguientes problemas.

1. Pedro tenía 6 paquetes de plumones de diferentes precios y compró un nuevo estuche que le costó \$ 100.00. El valor de los plumones se muestra en la siguiente gráfica.



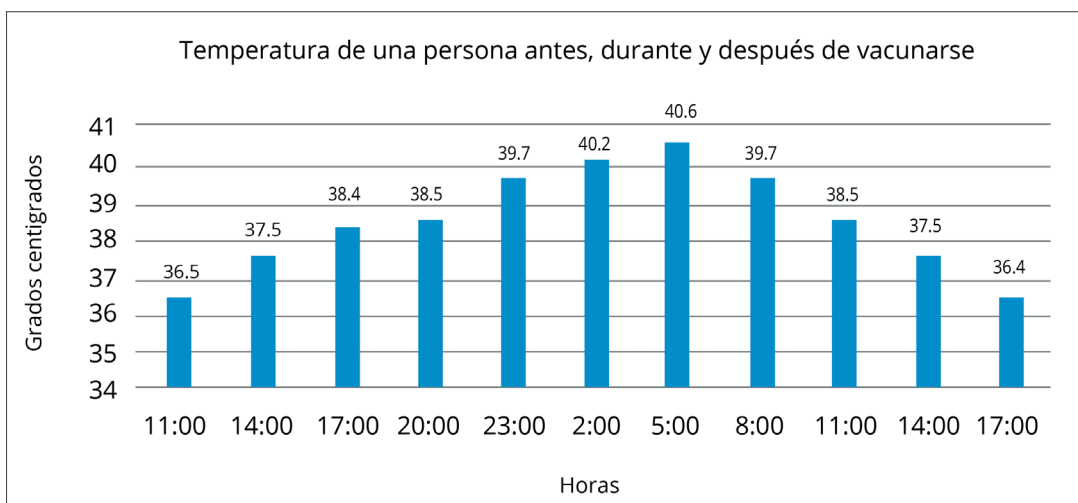
- ¿Cómo afectará a la media el costo del nuevo estuche?
2. La altura media de los alumnos de sexto grado es 1.50 metros. Si se elige una muestra al azar de 5 niños y resulta que la altura en metros de los 4 primeros es de 1.48, 1.52, 1.60, 1.40.
 - Representen las medidas de las alturas en una gráfica de puntos.
 - Determinen la altura más probable del quinto estudiante.

3. Una empresa transnacional tiene ventas de automóviles en tres países distintos.

- ¿Cuál es el dato mayor y menor de cada país?
- ¿Cuántos datos hay en cada país?
- ¿Cuál es la moda y la media en cada país?
- ¿Cuál es el promedio de ventas totales de la empresa?
- ¿En qué país la media es representativa de la venta de automóviles?

	México	Argentina	Brasil
Enero	110	110	100
Febrero	110	100	100
Marzo	120	110	110
Abril	100	100	110
Mayo	130	120	130
Junio	100	100	120
Julio	120	120	110
Agosto	100	100	100
Septiembre	140	100	120
Octubre	140	120	120
Noviembre	160	150	120
Diciembre	170	150	524

4. Una persona se tomó la temperatura cada tres horas antes, durante y después de vacunarse y graficó sus datos.



- ¿Cuál es la temperatura más baja y la más alta que tuvo la persona?
- ¿A qué hora tuvo la temperatura más alta?
- ¿Cuál es la temperatura promedio que tuvo la persona considerando los datos de la gráfica?
- ¿La media de las temperaturas puede ser 36°C? Explica la respuesta.

Referencias bibliográficas

Ávila, A., y Cedillo, J. L. (2017). El concepto de equivalencia de fracciones en la educación primaria mexicana entre 1960 y 2011. En *Congreso Nacional de Investigación Educativa. COMIE*. Universidad Pedagógica Nacional-Ajusco. San Luis Potosí. <https://www.comie.org.mx/congreso/memoriaelectronica/v14/doc/1411.pdf>

Batanero, C y Godino, J. (2002). *Estocástica y su didáctica para Maestros*. Departamento de Didáctica de las Matemáticas. Universidad de Granada. https://www.ugr.es/~jgodino/edumat-maestros/manual/6_Estocastica.pdf

Broitman, C. (coord.), Itzcovich, I., Sancha, I., Escobar, M. y Grimaldi, V. (2007). *Matemática: Números Racionales y Geometría*. Dirección Provincial de Educación Primaria. Dirección de Gestión Curricular. Dirección General de Cultura y Educación. Gobierno de la Provincia de Buenos Aires. <https://educra.cl/wp-content/uploads/2017/10/DOC1-nros-rationales-geometria.pdf>

Fazio, L. y Siegler R. (2010). Enseñanza de las fracciones. *Series Prácticas Educativas-22*. International Academy of Education. United Nations Educational, Scientific and Cultural Organization. International Bureau of Education. Quito, Ecuador. Mantis Comunicación. <https://repositorio.minedu.gob.pe/bitstream/handle/20.500.12799/5156/Ense%C3%B1anza%20de%20las%20fracciones.pdf>

Franchi, L. y Hernández, A. (2004). Tipología de errores en el área. De la geometría plana. Parte II. *Educere*, Año 8, N. 25, abril - mayo - junio, 2004, 196-204.

Gálvez, G. (1985). *El aprendizaje de la orientación en el espacio urbano. Una proposición para la enseñanza de la geometría en la escuela primaria*. Tesis doctoral. México. DIE, CINVESTAV.

Godino J. y Ruiz, F. (2004). *Geometría y su didáctica para maestros, Proyecto EDUMAT-Maestros*, España.

Llinares, S y Sánchez, V. (1988). *Fracciones. La relación parte-todo*. Madrid: Edit. Síntesis.

López, J. (2012). *Propuesta didáctica para la enseñanza del concepto de fracción en el grado séptimo considerando la relación parte-todo*. Manizales: Universidad Nacional de Colombia. <https://repositorio.unal.edu.co/bitstream/handle/unal/9116/8410009.2012.pdf>

Malet, O. (2010, octubre). Los significados de las fracciones: Una perspectiva fenomenológica. En *Mendomatica*, 21, sección matemática y currículo. Buenos Aires. <https://www.mendoza.edu.ar/wp-content/uploads/2017/04/MATEM%C3%81TICA-Y-CURRICULUM-Los-significados-de-las-fracciones.pdf>

Niño, A., y Raad, Y. (2018). *Interpretación de “la fracción como relación parte-todo” en contextos continuos y discretos, a partir de la implementación de una secuencia didáctica que privilegia la competencia comunicativa*. Bogotá, D.C. Pontificia Universidad Javeriana. https://repository.javeriana.edu.co/bitstream/handle/10554/34837/La%20fracci%C3%B3n%20como%20relaci%C3%B3n%20Parte-Todo_Cuerpo%20del%20Documento.pdf?sequence=1

Secretaría de Educación Pública (2019). *Desafíos Matemáticos. Quinto grado. (3° ed.). Libro para el maestro*. México: SEP.

Secretaría de Educación Pública (2019). *Desafíos Matemáticos. Quinto grado. (1a reimpr.). Libro para el alumno*. México: SEP.

Secretaría de Educación Pública (2019). *Desafíos Matemáticos. Sexto grado. (3° ed.). Libro para el maestro*. México: SEP.

Secretaría de Educación Pública (2019). *Desafíos Matemáticos. Sexto grado. 3° ed. Libro para el alumno*. México: SEP.

Matemáticas 6° de primaria. Orientaciones didácticas

Primera edición, 2021

ISBN: en trámite

COORDINACIÓN GENERAL

Francisco Miranda López, Andrés Sánchez Moguel y Oswaldo Palma Coca

COORDINACIÓN ACADÉMICA

Juan Bosco Mendoza Vega y Mariana Zúñiga García

AUTORES

María Margarita Tlachy Anell, Juan Bosco Mendoza Vega y Mariana Vázquez Muñoz

DISEÑO GRÁFICO, EDICIÓN, ILUSTRACIÓN Y COORDINACIÓN EDITORIAL

Jaime Díaz Pliego, Carlos Edgar Mendoza Sánchez, Josué Arturo Sánchez González y Marisela García Pacheco

D. R. © Comisión Nacional para la Mejora Continua de la Educación
Barranca del Muerto 341, col. San José Insurgentes, alcaldía Benito Juárez, C. P.
03900, México, Ciudad de México.

Esta publicación estuvo a cargo del Área de Evaluación Diagnóstica de Mejoredu. El contenido, la presentación, así como la disposición en conjunto y de cada página de esta obra son propiedad de Mejoredu. Se autoriza su reproducción parcial o total por cualquier sistema mecánico o electrónico para fines no comerciales.

Cómo citar este documento:

Comisión Nacional para la Mejora Continua de la Educación (2021). *Matemáticas 6° de primaria. Orientaciones didácticas*. Ciudad de México: autor.

DIRECTORIO

JUNTA DIRECTIVA

Etelvina Sandoval Flores
Presidenta

María del Coral González Rendón
Comisionada

Silvia Valle Tépatl
Comisionada

Florentino Castro López
Comisionado

Oscar Daniel del Río Serrano
Comisionado

Armando de Luna Ávila
Secretaría Ejecutiva

Salim Arturo Orci Magaña
Órgano Interno de Control

TITULARES DE ÁREAS

Francisco Miranda López
Evaluación Diagnóstica

Gabriela Begonia Naranjo Flores
Apoyo y Seguimiento a la Mejora Continua e Innovación Educativa

Susana Justo Garza
Vinculación e Integralidad del aprendizaje

Miguel Ángel de Jesús López Reyes
Administración



**GOBIERNO DE
MÉXICO**



MEJORED

COMISIÓN NACIONAL PARA LA MEJORA
CONTINUA DE LA EDUCACIÓN